Mathematisches Institut
der Universität Düsseldorf
Prof. Dr. H. Ratschek

SS 2005
27.04.2005
Blatt 2

Übungen zu Analysis IV

5. (4P) Sei $(X, \mathcal{O})$ ein topologischer Raum und $M \subset X$. Zeigen Sie:
   (a) $(X, \mathcal{O}_M)$ ist ein topologischer Raum.
   (b) Es ist $S \subset M$ abgeschlossen in M genau dann, wenn es eine abgeschlossene Menge $A \subset X$ mit $S = A \cap M$ gibt.
   (c) Sei M offen [abgeschlossen]. Dann ist $S \subset M$ offen [abgeschlossen] in M genau dann, wenn S offen [abgeschlossen] in X ist.

6. Seien E, F normierte Räume und $M \subset E$, $N \subset F$. Zeigen Sie:
   (a) (1P) S ist offen in M genau dann wenn zu jedem $x \in S$ eine Umgebung $U_\varepsilon(x)$ mit $U_\varepsilon(x) \cap M \subset S$ existiert.
   (b) (2P) Die Abbildung $f : M \to N$ ist stetig genau dann, wenn für jede in N offene Menge V das Urbild $f^{-1}(V)$ offen in M ist.

7. Sei E ein normierter Raum und $S \subset M \subset E$.
   (a) (2P) Definieren Sie in geeigneter Weise Begriffe wie Berührungspunkt von S in M, Rand(punkt) von S in M, abgeschlossene Hülle von S in M, innerer Punkt von S in M, S ist kompakt in M.
   (b) (1P) Zeigen Sie, daß S offen in M genau dann ist, wenn alle Punkte aus S relativ innere Punkte sind.

8. (1P) Sei E ein normierter Raum und $W_1, W_2 \subset E$. Ferner sei $\tau : W_1 \to W_2$ stetig. Zeigen Sie, wenn $x \in W_1$ Randpunkt von W_1 ist, ist $\tau(x) \in W_2$ Randpunkt von W_2.
   (a) Finden Sie ein Gegenbeispiel für diese Aufgabenstellung.
   (b) Verwenden Sie für τ die Abbildung aus Hilfsatz 8, d. h. $\tau = f_2^{-1} \circ f_1$.

Abgabe: Mittwoch, 04.05.2005, 11.00 Uhr.

Benutzen Sie für die Bearbeitung der Aufgaben die in der Vorlesung verwendeten Definitionen.

Hinweis für Bachelorstudenten:
Dieses Übungsblatt setzt keine Kenntnisse von Analysis III, Teil 2 voraus.