

Übungen zu Analysis IV

9. (1P) Wir betrachten eine glatte Abbildung $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ sowie deren Graphen $G(f) = \{(x, f(x)) : x \in \mathbb{R}^n\} \subset \mathbb{R}^{n+1}$. Dann ist $G(f)$ eine n -dimensionale Untermannigfaltigkeit im \mathbb{R}^{n+1} .
10. (3P) Sei M eine k -dimensionale C^1 -Untermannigfaltigkeit. Dann ist der Rand ∂M entweder leer oder eine $(k-1)$ -dimensionale Untermannigfaltigkeit ohne Rand, d. h. $\partial\partial M = \emptyset$.
11. (4P) Sei M_1 die Oberfläche des Einheitswürfels im \mathbb{R}^3 . Sei M_2 die Oberfläche ohne die 8 Eckpunkte. Sei M_3 die Oberfläche ohne Kanten, aber mit den Eckpunkten. Sei M_4 die Oberfläche ohne Kanten und ohne Eckpunkte. Welche dieser Mengen ist eine 2-dimensionale Untermannigfaltigkeit? Geben Sie ggf. ∂M_i an, falls existent.
12. (3P) Sei w eine $C^1 - k$ -Form auf dem \mathbb{R}^n . Ferner sei $\int_M w = 0$ für jede kompakte berandete $C^1 - k$ -dimensionale Untermannigfaltigkeit im \mathbb{R}^n . Benutzen Sie den Satz von Stokes um zu zeigen, daß w geschlossen, d. h., daß $dw = 0$ ist.

Abgabe: Mittwoch, 11.05.2005, 11.15 Uhr.

Hinweis für Bachelorstudenten:
Die Aufgaben 9, 10 und 11 setzen keine Kenntnisse von Analysis III, Teil 2 voraus.