Mathematisches Institut
der Universität Düsseldorf
Priv.-Doz. Dr. R. W. Braun
Prof. Dr. H. Ratschek

SS 2005
11.05.2005
Blatt 4

Übungen zu Analysis IV

13. (2P) Bestimmen Sie eine Zerlegung der 1 für die Einheitssphäre S^2 im $\mathbb{R}^3$.

14. (3P) Sei F ein C^1-Vektorfeld im $\mathbb{R}^3$, sei B_ε die Kugel vom Radius $\varepsilon > 0$ und Mittelpunkt $p \in \mathbb{R}^3$. Sei $S_\varepsilon = \partial B_\varepsilon$. Zeigen Sie, daß

$$\operatorname{div} F(p) = \lim_{\varepsilon \to 0^+} \frac{1}{\operatorname{vol}(B_\varepsilon)} \int\limits_{S_\varepsilon} F \cdot N d\sigma$$

gilt.

15. (2P) Gegeben sei die Anfangswertaufgabe

$$y'' = -y, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$

Wandeln Sie diese Anfangswertaufgabe zweiter Ordnung in eine Anfangswertaufgabe für ein Differentialgleichungssystem erster Ordnung um. Zeigen Sie, dass das System den Voraussetzungen des Satzes von Picard und Lindelöf genügt. Führen Sie drei Fixpunktiterationen wie im Beispiel zu §6B durch.

16. (2P) (Randwertaufgabe) Bestimmen Sie sämtliche Zahlen $\lambda > 0$, so dass das Problem

$$y'' = -\lambda y, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 0,$$

nicht eindeutig lösbar ist.

Hinweis: Zu diesem Thema haben wir keine Theorie gemacht. Die Aufgabe ist durch einfaches Ausrechnen zu lösen.

Abgabe: Mittwoch, 18.05.2005, 11.15 Uhr.

Hinweis für Bachelorstudenten:
Die Aufgabe 14 setzt Kenntnisse von Analysis III, Teil 2 voraus.