Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine-Universität
Düsseldorf
Priv.-Doz. Dr. R. W. Braun

SS 2005
18.05.2005
Blatt 5

Übungen zu Analysis IV

17. (2P) Für $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ sei eine Funktion $f\colon \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ definiert durch
$$f(x+iy) = (ax+by) + i(cx+dy).$$
Zeigen Sie, dass f genau dann holomorph ist, wenn es ein $\alpha \in \mathbb{C}$ gibt, so dass $f(z) = \alpha z$.

18. (2P) Sei $G \subset \mathbb{C}$ ein Gebiet und sei $f\colon G \to \mathbb{C}$ komplex differenzierbar. Es gelte $f(G) \subset \mathbb{R}$. Zeigen Sie, dass f konstant ist.
Hinweis: Verwenden Sie die Cauchy-Riemannschen Differentialgleichungen.

19. (2P) Es seien zwei Wege $\gamma_\pm\colon [0,\pi] \to \mathbb{C}$ gegeben durch $\gamma_+(t) = e^{it}$ und $\gamma_-(t) = -e^{it}$. Berechnen Sie
$$\int_{\gamma_+} \frac{dz}{z}, \quad \int_{\gamma_-} \frac{dz}{z}, \quad \int_{\gamma_+} \exp \quad \text{und} \quad \int_{\gamma_-} \exp\,.$$

20. (3P) Sei $\triangle$ das Dreieck mit den Ecken 0, 3 und $3i$. Berechnen Sie
$$\int_{\partial\triangle^+} \frac{z}{z-(1+i)} dz.$$
Bemerkung: Beim jetzigen Stand der Theorie muss diese Aufgabe noch durch Integration von Hand bearbeitet werden. Später werden wir auf diese Aufgabe zurückkommen.

Abgabe: Mittwoch, 25.05.2005, 11.15 Uhr.