Mathematisches Institut
der Universität Düsseldorf
Priv.-Doz. Dr. R. W. Braun

SS 2005
22.06.2005
Blatt 9

Übungen zu Analysis IV

33. (1P) Sei $\triangle$ das Dreieck mit den Ecken 0, 3 und $3i$. In Aufgabe 20 hatten Sie berechnet
$$\int_{\partial\triangle^+} \frac{z}{z-(1+i)}dz = (i-1)\left(2\arctan(2) + 2\arctan(3) + \frac{\pi}{2}\right).$$
Berechnen Sie dasselbe Integral unter Verwendung des Residuensatzes. Beweisen Sie durch Vergleich der beiden Ergebnisse
$$\arctan(2) + \arctan(3) = \frac{3}{4}\pi.$$

34. (2P) Die Funktion
$$f(z) = \frac{1}{z} + \frac{2}{z-1} - \frac{1}{z+3}$$
besitzt in drei verschiedenen Ringgebieten drei verschiedene Laurententwicklungen um den Nullpunkt. Geben Sie diese Laurententwicklungen an.

35. (3P) Klassifizieren Sie die isolierten Singularitäten der folgenden Funktionen und geben Sie im Falle eines Pols dessen Ordnung an
$$\frac{z^4}{(z^4+16)^2}, \quad \frac{1-\cos(z)}{\sin(z)}, \quad \frac{1}{e^z-1} - \frac{1}{z-2\pi i}.$$

36. (2P) Berechnen Sie das bestimmte Integral
$$\int_0^{2\pi} \frac{1}{1+\cos(t)^2}$$
mittels Anwendung des Residuensatzes.

Abgabe: Mittwoch, 29.06.2005, 11 Uhr.