Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine-Universität
Düsseldorf
Prof. Dr. W. Singhof

SS 2012
4. Mai 2012
Blatt 4

Übungen zu Differentialtopologie

12. (10 Punkte)
    (a) Zeigen Sie, dass $Y := \mathbb{R} \times \{0,1\}$ eine Untermannigfaltigkeit von $\mathbb{R}^2$ ist.
    (b) Zeigen Sie, dass die differenzierbare Struktur von Y als Untermannigfaltigkeit von $\mathbb{R}^2$ mit der als Produkt von $\mathbb{R}$ und $\{0,1\}$ übereinstimmt.

13. (20 Punkte) Wir betrachten die folgenden glatten Abbildungen
$$f_i : \mathbb{R} \times \{0,1\} \to \mathbb{R}^2.$$
Entscheiden Sie jeweils, ob f_i eine Immersion, eine injektive Immersion oder eine Einbettung ist. Skizzieren Sie das Bild von f_i.
    (a)
    $$f_1(t,k) = (0,t).$$
    (b)
    $$f_2(t,k) = (t^3, t^3).$$
    (c)
    $$f_3(t,k) = \begin{cases} (0,t), & \text{falls } k = 0, \\ (t,0), & \text{falls } k = 1. \end{cases}$$
    (d)
    $$f_4(t,k) = \begin{cases} (t,0), & \text{falls } k = 0, \\ (t, \frac{1}{1+t^2}), & \text{falls } k = 1. \end{cases}$$
    (e)
    $$f_5(t,k) = \begin{cases} (t,0), & \text{falls } k = 0, \\ (0, e^t), & \text{falls } k = 1. \end{cases}$$

14. (10 Punkte) Modifizieren Sie das Beispiel von Aufgabe 13. (e), um eine injektive Immersion einer zusammenhängenden Mannigfaltigkeit X in eine Mannigfaltigkeit Y zu finden, die keine Einbettung ist.

Abgabe: Freitag, den 11. Mai 2012, 10:30 Uhr