Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine-Universität
Düsseldorf
Prof. Dr. W. Singhof

SS 2012
11. Mai 2012
Blatt 5

Übungen zu Differentialtopologie

15. (10 Punkte)

   (a) Geben Sie eine Teilmenge von $\mathbb{R}$ an, die nicht lokalkompakt ist.

   (b) Zeigen Sie: Ist X ein lokalkompakter Hausdorffraum, ist A eine offene und B eine abgeschlossene Teilmenge von X, so ist $A \cap B$ lokalkompakt.

16. (12 Punkte) Sei $(X, \mathcal{T})$ ein lokalkompakter Hausdorffraum. Wie in der Vorlesung sei $X^+ := X \dot{\cup} \{\infty\}$, und $\mathcal{T}^+$ sei die Menge aller Teilmengen A von X^+, für die gilt: Entweder ist $A \in \mathcal{T}$ oder es gibt eine kompakte Teilmenge C von X mit $A = X^+ \setminus C$. Zeigen Sie:

   (a) $\mathcal{T}^+$ ist eine Topologie auf X^+.

   (b) $(X^+, \mathcal{T}^+)$ ist ein kompakter Hausdorffraum.

   (c) $\mathcal{T}$ ist die von $\mathcal{T}^+$ auf X definierte Relativtopologie.

17. (8 Punkte) Finden Sie eine Teilmenge von $\mathbb{R}$, die homöomorph zur Ein-Punkt-Kompaktifizierung $[0, 1]^+$ von $[0, 1]$ ist.

18. (10 Punkte) Seien X, Y lokalkompakte Hausdorffräume. Eine Abbildung $f : X \to Y$ heißt *eigentlich*, wenn gilt: Ist C eine kompakte Teilmenge von Y, so ist $f^{-1}(C)$ kompakt. Zeigen Sie:
   Ist f stetig und eigentlich, so erhält man eine stetige Fortsetzung $f^+ : X^+ \to Y^+$ von f durch $f^+(\infty_X) = \infty_Y$.

Abgabe: Freitag, den 18. Mai 2012, 10:30 Uhr