Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine-Universität
Düsseldorf
Prof. Dr. W. Singhof

SS 2012
8. Juni 2012
Blatt 9

Übungen zu Differentialtopologie

30. (10 Punkte) Zeigen Sie: Ist n eine ungerade Zahl, so gibt es auf S^n ein Vektorfeld ohne Nullstellen.

31. (10 Punkte) Zeigen Sie:

    (a) Auf S^2 gibt es ein Vektorfeld, das genau zwei Nullstellen hat.

    (b) Auf S^2 gibt es ein Vektorfeld, das genau eine Nullstelle hat.

32. (10 Punkte) Sei $\xi = (E, p, B)$ ein Vektorbündel mit zusammenhängender Basis und sei $g : E \to E$ ein B-Morphismus von ξ nach ξ mit $g \circ g = g$. Zeigen Sie, dass die Abbildung
$$x \mapsto \mathrm{Rg}(g_x)$$
von B in $\mathbb{Z}$ konstant ist.

33. (10 Punkte) Führen Sie den Beweis von Satz 5 von § 10 der Vorlesung aus, d. h. zeigen Sie: Seien $\xi = (E, p, B)$ und $\xi^{'} = (E^{'}, p^{'}, B)$ zwei Vektorbündel über der zusammenhängenden Basis B und sei $g : E \to E^{'}$ ein B-Morphismus von ξ nach $\xi^{'}$. Dann sind äquivalent:

    (a) Die Abbildung $x \mapsto \mathrm{Rg}(g_x)$ von B in $\mathbb{Z}$ ist konstant.

    (b) $(\mathrm{Kern}(g), p\,|\mathrm{Kern}(g), B)$ ist ein Untervektorbündel von ξ.

    (c) $(\mathrm{Bild}(g), p^{'}\,|\,\mathrm{Bild}(g), B)$ ist ein Untervektorbündel von $\xi^{'}$.

Abgabe: Freitag, den 15. Juni 2012, 10:30 Uhr