Mathematisches Institut
Prof. Dr. R. Braun

HEINRICH HEINE
UNIVERSITÄT DÜSSELDORF

Düsseldorf, den 01.04.2019

Blatt 1

Übungen zur Komplexen Analysis

1. Zeigen Sie, dass für $n = 1$ die Definition von holomorphen Funktionen aus dieser Vorlesung mit der Definition aus der Funktionentheorie übereinstimmt.

2. Geben Sie eine Funktion $u\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ an, so dass u reell differenzierbar in jeder einzelnen Variable ist, wenn die andere festgehalten wird, und u trotzdem nicht differenzierbar ist.

3. Es sei $\Omega \subset \mathbb{C}$ offen.

   (a) Zeigen Sie, dass es eine Folge $(w_j)_{j\in\mathbb{N}}$ in Ω mit den folgenden Eigenschaften gibt:

      i. Wenn $a \in \Omega$ ein rationaler Punkt ist und $r = \operatorname{dist}(a, \partial\Omega)$, dann enthält $B_r(a)$ unendlich viele der w_j.

      ii. $(w_j)_{j\in\mathbb{N}}$ ist diskret in Ω (d. h. sie besitzt dort keinen Häufungspunkt).

   (b) Es gibt eine holomorphe Funktion auf Ω, welche auf keine offene Obermenge von Ω holomorph fortgesetzt werden kann.

   Hinweis: Verwenden Sie den Weierstraßschen Produktreihensatz.

Abgabe: In der nächsten Übung