

## Übungen zur Komplexen Analysis

11. Es sei  $\Omega \subset \mathbb{C}$  ein Gebiet, es sei  $u: \Omega \rightarrow [-\infty, \infty[$  subharmonisch und es sei  $M := \sup_{z \in \Omega} u(z)$ . Zeigen Sie: Falls es ein  $x \in \Omega$  mit  $u(x) = M$  gibt, so ist  $u$  konstant.
12. Sei  $\Omega \subset \mathbb{C}$  offen, sei  $u: \Omega \rightarrow [-\infty, \infty[$  subharmonisch, sei  $K \subset \Omega$  kompakt und sei  $h$  harmonisch im Innern von  $K$ . Zeigen Sie: Falls  $u(x) \leq \liminf_{y \rightarrow x} h(y)$  für alle  $x \in \partial K$ , so gilt  $u \leq h$  im Innern von  $K$ .

*Hinweis:* Verwenden Sie Aufgabe 11.

13. Konstruieren Sie eine subharmonische Funktion  $u: \mathbb{D} \rightarrow [-\infty, \infty[$ , die nicht konstant gleich  $-\infty$  ist, aber den Wert  $-\infty$  in allen rationalen Punkten von  $\mathbb{D}$  annimmt.

*Hinweis:* Beim Basteln helfen Satz 3.5 und Korollar 3.9.

**Besprechung:** 13. Mai