Mathematisches Institut
Prof. Dr. R. Braun

HEINRICH HEINE
UNIVERSITÄT DÜSSELDORF

Düsseldorf, den 21.05.2019

Blatt 7

Übungen zur Komplexen Analysis

17. (a) Zeigen Sie für $\zeta \in \mathbb{C}$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial \zeta} = \frac{\partial \overline{\zeta}}{\partial \overline{\zeta}} = 1, \quad \frac{\partial \zeta}{\partial \overline{\zeta}} = \frac{\partial \overline{\zeta}}{\partial \zeta} = 0.$$

(b) Zeigen Sie für $n, m \in \mathbb{N}_0$

$$\frac{\partial \left(\zeta^n \overline{\zeta}^m\right)}{\partial \zeta} = n\zeta^{n-1}\overline{\zeta}^m, \quad \frac{\partial \left(\zeta^n \overline{\zeta}^m\right)}{\partial \overline{\zeta}} = m\zeta^n\overline{\zeta}^{m-1}.$$

Hinweis: Die erste Aussage muss auf die Definition zurückgeführt werden, die zweite auf die erste.

18. Zeigen Sie, dass $B := \left\{ z \in \mathbb{C}^n \middle| \sum_{j=1}^n |z_j|^2 < 1 \right\}$ die Levi-Bedingung erfüllt.

Hinweis: Da B konvex ist, ist klar, dass B pseudokonvex ist. (Wie läuft dieses Argument genau?) Die Levi-Bedingung soll aber direkt nachgerechnet werden.

Aufgabe 17 erspart etwas Schreibarbeit.

19. Eine Abbildung ist *biholomorph,* wenn sie holomorph und bijektiv ist und ihre Inverse ebenfalls holomorph ist.

Zeigen Sie, dass die Eigenschaft, pseudokonvex zu sein, invariant unter biholomorphen Abbildungen ist.

Besprechung: 27. Mai