Mathematisches Institut
Prof. Dr. R. Braun

HEINRICH HEINE
UNIVERSITÄT DÜSSELDORF

Düsseldorf, den 28.05.2019

Blatt 8

Übungen zur Komplexen Analysis

20. Sei $\Omega \subset \mathbb{C}^n$ offen und sei $\varphi \in \mathcal{D}(\Omega)$. Zeigen Sie, dass $L^2(\Omega) \cong L^2(\Omega, \varphi)$.

    Hinweis: Standardmäßig ist der L^2 mit dem Lebesguemaß versehen.

21. Es sei $\Omega \subset \mathbb{C}^n$ offen, es sei $K_1 \subset K_2 \subset \cdots \subset \Omega$ eine kompakte Ausschöpfung und für $j \in \mathbb{N}$ sei $\eta_j \in \mathcal{D}(\Omega)$ mit $0 \leq \eta_j \leq 1$ und $\eta_j(z) = 1$ für alle $z \in K_j$. Zeigen Sie die Existenz einer Funktion $\psi \in C^\infty(\Omega)$, so dass

$$\sum_{k=1}^{n} \left| \frac{\partial \eta_j}{\partial \overline{z}_k} \right|^2 \leq e^\psi \quad \text{für alle } j \in \mathbb{N}.$$

22. Sei $\Omega \subset \mathbb{C}^n$ offen und seien $\varphi_1, \varphi_2 \in C(\Omega)$. Wie in der Vorlesung wird ein Operator T vom Hilbertraum $L^2_{p,q}(\Omega, \varphi_1)$ in den Hilbertraum $L^2_{p,q+1}(\Omega, \varphi_2)$ definiert durch

$$D(T) := \left\{ u \in L^2_{p,q}(\Omega, \varphi_1) \middle| \overline{\partial} u \in L^2_{p,q+1}(\Omega, \varphi_2) \right\} \text{ und } Tu = \overline{\partial} u.$$

    Zeigen Sie, dass T abgeschlossen ist.

    Hinweis: Im Beweis von Lemma 6.5, der bereits online ist, wird $\overline{\partial} u$ ausgerechnet.

Besprechung: 3. Juni