Mathematisches Institut
Prof. Dr. R. Braun

HEINRICH HEINE
UNIVERSITÄT DÜSSELDORF

Düsseldorf, den 05.06.2019
Blatt 9

Übungen zur Komplexen Analysis

23. Auf dem Polyzylinder $D := B_1(0) \times B_1(0) \subset \mathbb{C}^2$ sei die $(0,2)$-Form
$$f = (2\overline{z}_1 + 2\overline{z}_2)\,\mathrm{d}\overline{z}_1 \wedge \mathrm{d}\overline{z}_2$$
gegeben. Zeigen Sie $\overline{\partial} f = 0$ und $\partial f = 0$. Gibt es $(0,2)$-Formen g auf D mit $\partial g \neq 0$?

24. Auf D wie in Aufgabe 23 definieren wir die Funktionen
$$u_1(z) := \max(0, \operatorname{Re} z_2) \quad \text{und} \quad u_2(z) := \max(0, \operatorname{Re} z_1)$$
und die $(0,1)$-Form
$$u = \left(-\overline{z}_2^2 + u_1 \frac{\partial u_2}{\partial \overline{z}_1}\right) d\overline{z}_1 + \left(\overline{z}_1^2 + u_2 \frac{\partial u_1}{\partial \overline{z}_2}\right) d\overline{z}_2.$$
Zeigen Sie, dass u eine Lösung der Gleichung $\overline{\partial} u = f$ mit unstetigen Koeffizienten ist.

25. Es sei D wie in Aufgabe 23.
    (a) Bestimmen Sie sämtliche Lösungen $u \in L^2_{(0,1)}(D)$ von $\overline{\partial} u = \overline{z}_1\,\mathrm{d}\overline{z}_1 \wedge \mathrm{d}\overline{z}_2$, deren Koeffizienten Polynome vom Grad höchstens 2 sind.
    (b) Geben Sie eine Lösung der Gleichung $\overline{\partial} u = f$ aus Aufgabe 24 an, deren Koeffizienten von der Klasse C^∞ sind.

Besprechung: 17. Juni