....
Name und Matr-Nr. (a)

....
Name und Matr-Nr. (b)

....
Gruppe Zusammengearbeitet mit

Lineare Algebra I – Blatt 10

Abgabe am 11.1.2017 in der Vorlesung

1	2	3	4	B[1]	Σ
				(a)	
				(b)	

Bitte drucken Sie diese Seite aus und verwenden Sie sie als Deckblatt für Ihre Lösungen. **Studierende des Bachelor-Studiengangs „Mathematik und Anwendungsgebiete“, die die Tutoriumsprüfungsleistung erbringen wollen, verwenden bitte die andere Version „Blatt 10 und Tutoriumsblatt“ des Deckblattes von der Vorlesungswebseite.**

Alle Antworten sind zu begründen. Wenn Sie Resultate aus der Vorlesung verwenden, geben Sie die entsprechenden Nummern an.

Aufgabe 1 (2 Punkte):

Zu einer der beiden Matrizen $A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 8 \end{pmatrix}$ gibt es invertierbare Matrizen S und T, so dass $SA_iT = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Welche von beiden? Geben Sie auch solche S und T an und begründen Sie, dass es für die andere Matrix keine solchen S, T gibt.

Aufgabe 2 (4 Punkte):

Sei $A \in \mathbb{R}^{4\times 2}$ und $b \in \mathbb{R}^4$ mit $b \neq 0$. Welche der folgenden Kombinationen sind möglich?

(a) $Ax = b$ besitzt keine Lösung und $Ax = 0$ besitzt genau eine Lösung.

(b) Weder $Ax = b$ noch $Ax = 0$ besitzen eine Lösung.

(c) $Ax = b$ besitzt genau eine Lösung und $Ax = 0$ besitzt unendlich viele Lösungen.

(d) Sowohl $Ax = b$ als auch $Ax = 0$ besitzen unendlich viele Lösungen.

Begründen Sie Ihre Antwort kurz.

Aufgabe 3 (1+3 Punkte):

Es soll gezeigt werden, dass die Menge $K = \{\begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2\times 2} \mid a, b \in \mathbb{R}\}$ mit der üblichen Matrix-Addition und -Multiplikation einen Körper bildet.

(a) Machen Sie eine Liste dessen, was noch zu zeigen ist, wenn man verwendet, dass $\mathbb{R}^{2\times 2}$ ein Ring ist.

(b) Zeigen Sie diese Dinge.

Aufgabe 4 (6 Punkte):

(a) Bestimmen Sie das Inverse der folgenden Matrix so wie in Satz 4.3.10 aus dem Kurzskript beschrieben. Eine ausführlichere Anleitung gibt es z. B. unter https://de.wikipedia.org/wiki/Inverse_Matrix#Verfahren.

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

(Sie brauchen nicht zu begründen, dass dieses Verfahren funktioniert.)

(b) Bringen Sie das folgende lineare Gleichungssystem in Normalform und geben Sie dann die Lösungsmenge an:

$$\begin{aligned} x_2 - 2x_3 &= 1 \\ 2x_1 + x_2 + x_4 &= 2 \\ x_1 + x_3 + 2x_4 &= 2 \end{aligned}$$

(c) Für welche reelle Zahlen a hat das Gleichungssystem mit der folgenden erweiterten Matrix keine Lösung, für welche eine Lösung und für welche unendlich viele Lösungen?

$$\left(\begin{array}{cc|c} a & 1 & 0 \\ 0 & a-1 & a \end{array}\right)$$

Schreiben Sie bei (a) und (b) auch Ihre Rechnung mit auf, d. h. die Zwischenschritte des Gauß-Algorithmus.

Vorlesungswebseite: http://reh.math.uni-duesseldorf.de/~internet/LAI_WS1617/

[1] Bonuspunkt: Wenn Sie eine Frage zum Inhalt der Vorlesung gestellt haben und Sie diese samt Antwort (kurz) aufschreiben, bekommen Sie einen Bonuspunkt. Bitte geben Sie auch an, *wo* (Vorlesung/Tutorium/Übung/Sprechstunde), *wem* und *wann* Sie die Frage gestellt haben. Bei Abgabe zu zweit auch: *Wer* hat die Frage gestellt bzw. wer hat welche der Fragen gestellt.