1	2	3	4	B[1]	Σ
				(a)	
				(b)	

....
Name und Matr-Nr. (a)

....
Name und Matr-Nr. (b)

Lineare Algebra I – Blatt 4

Abgabe am 16.11.2016 in der Vorlesung

....
Gruppe Zusammengearbeitet mit

Bitte drucken Sie diese Seite aus und verwenden Sie sie als Deckblatt für Ihre Lösungen.

Aufgabe 1 (4 Punkte):

(a) Gibt es einen Gruppenhomomorphismus von $(\mathbb{Z}, +)$ nach $(\mathbb{Z}, +)$, der 2 auf 1 abbildet? Geben Sie ein Beispiel an oder begründen Sie, dass es keinen gibt.

(b) Geben Sie eine Untergruppe der symmetrischen Gruppe S_5 an, die genau 3 Elemente hat.

Aufgabe 2 (4 Punkte):

Betrachten Sie die Abbildung $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2, (a, b) \mapsto (a - b, b - a)$.

(a) Zeigen Sie, dass f ein Gruppenhomomorphismus ist.

(b) Bestimmen Sie den Kern und das Bild von f.

Aufgabe 3 (2+1 Punkte):

(a) Zeigen Sie: Ist A eine beliebige nicht-leere Menge und R ein Ring, so ist $\mathrm{Abb}(A, R)$ mit den folgenden Verknüpfungen ein Ring:
$f + g$ ist definiert durch: $(f + g)(x) := f(x) + g(x)$ für alle $x \in A$.
$f \cdot g$ ist definiert durch: $(f \cdot g)(x) := f(x) \cdot g(x)$ für alle $x \in A$.

(b) Ist $\mathrm{Abb}(\{1, 2\}, \mathbb{R})$ mit der in (a) definierten Addition und Multiplikation ein Körper? Begründen Sie.

Aufgabe 4 (2+1+1+1 Punkte):

Sei K ein Körper und seien $x, y \in K$. Zeigen Sie:

(a) $x \cdot (-y) = -(x \cdot y)$

(b) Wenn $x \cdot y = 0$ ist, dann ist $x = 0$ oder $y = 0$.

Sei jetzt z eine komplexe Zahl. Zeigen Sie:

(c) Der Realteil von z ist gleich $\frac{z+\bar{z}}{2}$.

(d) $z \cdot \bar{z} = |z|^2$

Vorlesungswebseite: http://reh.math.uni-duesseldorf.de/~internet/LAI_WS1617/

[1] Bonuspunkt: Wenn Sie eine Frage zum Inhalt der Vorlesung gestellt haben und Sie diese samt Antwort (kurz) aufschreiben, bekommen Sie einen Bonuspunkt. Bitte geben Sie auch an, *wo* (Vorlesung/Tutorium/Übung/Sprechstunde), *wem* und *wann* Sie die Frage gestellt haben. Bei Abgabe zu zweit auch: *Wer* hat die Frage gestellt bzw. wer hat welche der Fragen gestellt.