

1. Name und Matrikel-Nummer

Lineare Algebra I – Blatt 1

hhu Düsseldorf, WiSe 2019/20

1	2	3	4	Σ

2. Name und Matrikel-Nummer

Abgabe: bis Mittwoch 16.10.2019

Gruppe

Vorlesungswebseite: http://reh.math.uni-duesseldorf.de/~internet/LAI_WS1920/

Bitte drucken Sie diese Seite aus und verwenden Sie sie als Deckblatt für Ihre Lösungen.

Wie üblich sind alle Antworten zu begründen. Wenn Sie Resultate aus der Vorlesung verwenden, geben Sie bitte die zugehörigen Referenznummern mit an.

Aufgabe 1 (4 Punkte):

Seien A und B Aussagen. Formulieren Sie die folgenden Aussagen um in dazu äquivalente Aussagen, die nur mit den Zeichen \wedge , \vee und \neg auskommen. Verwenden Sie dafür die Logikregeln aus der Vorlesung.

(a) $A \wedge \neg(A \Leftrightarrow B)$

(c) $(A \Rightarrow B) \wedge \neg(B \Rightarrow A)$

(b) $\neg(\neg A \wedge (A \vee B) \Rightarrow A)$

(d) $\neg(A \vee (A \Leftrightarrow B))$

Aufgabe 2 (4 Punkte):

Formulieren Sie die Negation der folgenden Aussagen. (Schreiben Sie nicht einfach nur "Es ist falsch, dass ...", sondern drücken Sie die Negation einfacher aus.)

(a) Hunde, die bellen, beißen nicht.

(c) Jede gerade Zahl > 2 ist Summe zweier Primzahlen.

(b) Nachts sind alle Katzen grau.

(d) Keine Regel ohne Ausnahme.

Aufgabe 3 (4 Punkte):

Welche der folgenden Aussagen (a) bis (d) sind wahr (x und y bezeichnen reelle Zahlen)?

(a) $\forall x \exists y : x = y + 1.$

(b) $\forall y \exists x : x^2 < y.$

(c) $\forall x : x^2 \geq 1 \Rightarrow x \geq 1.$

(d) $\forall x : (x + 1)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq -1.$

Bilden Sie die Negation der wahren Aussagen und widerlegen Sie die Aussagen, welche falsch sind, mit einem Gegenbeispiel.

Aufgabe 4 (4 Punkte):

Welche natürlichen Zahlen n werden mit den Formeln beschrieben?

(a) $n^2 \leq 9$

(b) $\neg(n \text{ gerade} \Rightarrow n > 10)$

(c) $n^2 = 36 \vee (1 < n \leq 10 \wedge n < 5)$

(d) $\exists m : \frac{1}{n} + \frac{1}{m}$ ist eine natürliche Zahl. (Hier ist auch mit m eine natürliche Zahl gemeint.)

Bitte wenden

Wissensfragen zu L1 und L2: (nur mündlich, ohne Abgabe)

- 1.) Was ist eine Aussage?
- 2.) Welche Verknüpfungen von Aussagen kennen Sie?
- 3.) Aus welchen Grundverknüpfungen lassen sich beliebige andere aufbauen?
- 4.) Welche Klammersetzungsregeln gibt es für diese Verknüpfungen?
- 5.) Wie kann man die Implikation und die Äquivalenz zweier Aussagen mit Grundverknüpfungen ausdrücken?
- 6.) Warum gilt $A \vee C \Leftrightarrow A$, wenn C eine (stets) falsche Aussage ist wie z.B. " $1 = 0$ "?
- 7.) Warum gilt $A \wedge C \Leftrightarrow A$, wenn C eine (stets) wahre Aussage ist wie z.B. " $0 = 0$ "?
- 8.) Welche Logikregeln kennen Sie?
- 9.) Welche Quantoren kennen Sie?
- 10.) Wie werden Aussagen mit Quantoren negiert?

Präsenzaufgabe 1: Russische Bauernmultiplikation

Allgemeine Bemerkung: Das Rechenverfahren ist eine Möglichkeit, zwei natürliche Zahlen zu multiplizieren, ohne das Einmaleins zu kennen.

Es sollen die natürlichen Zahlen $k > 1$ und ℓ multipliziert werden. Man fertige eine Tabelle an, in deren erster Zeile k (linke Spalte) und ℓ (rechte Spalte) stehen. In die nächste Zeile schreibe man in die linke Spalte $\frac{k}{2}$, falls k gerade und $\frac{k-1}{2}$, falls k ungerade ist. Unter ℓ schreibe man 2ℓ . So fahre man fort, bis in der linken Spalte 1 erreicht ist. Dann streiche man alle Zeilen, die in der linken Spalte eine gerade Zahl enthalten, und addiere alle in der rechten Spalte verbliebenen Zahlen. Das Ergebnis ist $k \cdot \ell$.

Beispiel: $k = 25$, $\ell = 17$

k	ℓ
25	17
12	34
6	68
3	136
1	272
	425 = 25 · 17.

Warum funktioniert das Verfahren?

Präsenzaufgabe 2: Logik im Alltag

Gegeben sei der folgende deutsche Satz:

Wenn man nachts ohne Licht fährt, sieht man nichts; es sei denn, es ist Vollmond.

Schreiben Sie den Satz formal unter Verwendung einer Implikation auf (kürzen Sie Teile davon ab als A , B , C), und bilden Sie die formale Verneinung sowie die Kontraposition. Wie formuliert man die Verneinung und die Kontraposition wieder als deutschen Satz?

Kreative Aufgabe:

Finden Sie schöne selbstbezügliche Sätze wie etwa die folgenden:

1. Dieser Satz besteht aus sechs Wörtern.
2. Dieser Satz besteht aus neun Silben.
3. Dieser Satz kein Verb.
4. Dieser Satz hat keinen Punkt am Ende