Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine-Universität
Düsseldorf
Prof. Dr. W. Singhof

WS 2009/2010
20.10.09
Blatt 2

Übungen zu Lie-Gruppen und Lie-Algebren I

2.a) Sei $S^1 := \{z \in \mathbb{C} | |z| = 1\}$. Zeigen Sie, dass man durch

$$\varphi(z, A) := \operatorname{diag}(z, 1, \ldots, 1) \cdot A$$

eine Bijektion von $S^1 \times SU(n)$ auf $U(n)$ erhält.

2.b) Erklären Sie, wie man $S^1 \times SU(n)$ zu einem metrischen Raum macht und zeigen Sie, dass die Abbildung φ aus 2.a) ein Homöomorphismus ist.

2.c) Zeigen Sie, dass für $n \geq 2$ die beiden Gruppen $S^1 \times SU(n)$ und $U(n)$ nicht isomorph sind.

3) Sei Σ_3 die Gruppe der Bijektionen der Menge $\{1, 2, 3\}$ auf sich.

3.a) Geben Sie explizit alle Untergruppen von Σ_3 an. Welche dieser Untergruppen sind Normalteiler?

3.b) Zeigen Sie, dass Σ_3 isomorph zu einer Untergruppe von $O(2)$ ist. (Eine solche Untergruppe ist weniger aufwändig hinzuschreiben, wenn Sie $O(2)$ als die Gruppe der längentreuen, $\mathbb{R}$-linearen Abbildungen von $\mathbb{C}$ in $\mathbb{C}$ betrachten.)

Abgabe: Dienstag 27.10.09 in der Vorlesung
Besprechung: Dienstag 3.11.09 in Raum 25.22-U1.33 von 13-14 Uhr