Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine-Universität
Düsseldorf
Prof. Dr. W. Singhof

WS 2009/2010
03.11.09
Blatt 4

Übungen zu Lie-Gruppen und Lie-Algebren I

6. Ist G eine Gruppe, so bilden die Automorphismen von G bezüglich der Hintereinanderausführung eine Gruppe, die mit $\mathrm{Aut}(G)$ bezeichnet wird. Sei $\mathrm{Int}(G)$ die Teilmenge von $\mathrm{Aut}(G)$, die aus den inneren Automorphismen besteht.
   (a) Zeigen Sie, dass $\mathrm{Int}(G)$ ein Normalteiler von $\mathrm{Aut}(G)$ ist.
   (b) Bestimmen Sie explizit alle Automorphismen der Gruppen C_3 und Σ_3. Welche dieser Automorphismen sind innere Automorphismen? Zeigen Sie, dass $\mathrm{Aut}(C_3) \cong C_2$ und $\mathrm{Aut}(\Sigma_3) \cong \Sigma_3$.
7. Sei G eine Matrizengruppe und sei G^0 die Teilmenge von G, die aus allen Elementen A besteht, für die es eine stetige Abbildung $w : [0, 1] \to G$ mit $w(0) = \mathbf{1}$ und $w(1) = A$ gibt. (Man nennt G^0 die Wegkomponente des neutralen Elements.) Zeigen Sie, dass G^0 ein Normalteiler von G ist.
8. Zeigen Sie, dass das Zentrum von $Sp(n)$ nur aus $\mathbf{1}$ und $-\mathbf{1}$ besteht.

Abgabe: Dienstag 10.11.09 in der Vorlesung
Besprechung: Dienstag 17.11.09 in Raum 25.22-U1.33 von 13-14 Uhr