Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine-Universität
Düsseldorf
P.D. Dr. C. Bertolin

WS 2011/12
16.11.2011
Blatt 6

Übungen zu Lineare Algebra I

1. Seien $T_1 = \langle (0,1,-1),(1,1,0) \rangle$ und $T_2 = \langle (1,2,-1),(0,0,1) \rangle$ lineare Unterräume von $\mathbb{R}^3$. Ist die Summe $T_1 + T_2$ direkt?

2. Untersuchen Sie die folgenden Abbildungen auf Linearität:

   (a) $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2, (x,y) \mapsto (3x+2y, x)$ über $\mathbb{R}$;

   (b) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \mapsto ax+b$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ über $\mathbb{R}$;

   (c) $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}, z = a+ib \mapsto \overline{z} = a-ib$ (die Konjugationsabbildung) über $\mathbb{R}$ und über $\mathbb{C}$;

   (d) $f : \mathrm{Abb}(\mathbb{R},\mathbb{R}) \to \mathbb{R}, g \mapsto g(1)$ über $\mathbb{R}$.

3. Sei $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2, (x,y,z) \mapsto (2x+y, y+z)$ eine Abbildung. Ist f $\mathbb{R}$-linear? Finden Sie eine Basis für $\ker(f)$. Berechnen Sie $\dim_{\mathbb{R}} \ker(f)$ und $\mathrm{rg}(f)$.

4. Sei $f : V \to V'$ eine K-lineare Abbildung. Seien $\{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ linear unabhängige Vektoren von V. Zeigen Sie, dass $\{f(v_1), f(v_2), \ldots, f(v_n)\}$ linear unabhängige Vektoren von V' sind, falls f injektiv ist.

Abgabe: 25.11.2011, 11:00 Uhr