Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine-Universität
Düsseldorf
Prof. Dr. O. Kerner

Wintersemester 2004/05
06.01.05
Blatt 11

Übungen zur Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler

1. (a) Es sei $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \in M(3)$. Berechnen Sie A^n für alle natürlichen Zahlen n.

   (b) Es sei $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \in M(2)$. Berechnen Sie B^n für alle natürlichen Zahlen n.

2. (a) Es sei $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in M(4)$. Berechnen Sie $A + A^2 + A^3$.

   (b) Es seien $\mathrm{B} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \end{pmatrix} \in M(2 \times 4)$,

   $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \in M(4 \times 2)$ und $D = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in M(2)$.

   Berechnen Sie die Produkte $B \cdot C \cdot D, D \cdot B \cdot C, D \cdot C^T \cdot B^T$.

3. Gegeben sei die homogene lineare Gleichung $x_1 + x_2 - x_3 + 0x_4 = 0$.

   (a) Zeigen Sie, dass $c_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, c_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, c_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ Lösungen dieser Gleichung sind.

   (b) Zeigen Sie, dass die Menge $\{c_1, c_2, c_3\}$ eine Basis des Lösungsraums L dieser Gleichung ist.

4. Gegeben sei die Funktion

   $$f : \mathbb{R}_{>0} \to \mathbb{R},\ f(x) = \frac{\ln x}{x}$$

   (a) Berechnen Sie die Ableitungen f' und f'' von f.

   (b) Bestimmen Sie die relativen Extremwerte von f.

   (c) Bestimmen Sie die maximalen Teilintervalle von $R_{>0}$, in denen f monoton wächst bzw. monoton fällt

   (d) Bestimmen Sie die Wendepunkte von f.

   (e) Bestimmen Sie die maximalen Teilintervalle von $\mathbb{R}_{>0}$, in denen f konvex bzw. konkav ist.

   (f) Skizzieren Sie den Graphen von f. (Sie können benutzten $\lim_{x\to\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$)

Abgabe: Donnerstag, 13.01.2005, 9.15 Uhr (in die roten Briefkästen im Erdgeschoß des Gebäudes 25.22 in der Nähe des Geschäftszimmers).