Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine-Universität
Düsseldorf
PROF. DR. O. KERNER

Wintersemester 2004/05
13.01.05
Blatt 12

Übungen zur Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler

1. Bestimmen Sie die Lösungsmenge L des folgenden linearen Gleichungssystems:

$$\begin{array}{ccccccccccc} x_1 & & & + & 2x_3 & + & x_4 & + & x_5 & = & 1 \\ & & x_2 & + & x_3 & & & + & x_5 & = & 2 \\ & & & & & & x_4 & + & 2x_5 & = & -1 \end{array}$$

2. Berechnen Sie den Lösungsraum L des homogenen linearen Gleichungssystems

$$\begin{array}{ccccccccccccc} x_1 & + & x_2 & + & x_3 & + & x_4 & + & x_5 & + & x_6 & = & 0 \\ & & x_2 & & & + & x_4 & & & & & = & 0 \\ & & & & x_3 & & & & & + & x_6 & = & 0 \end{array}$$

3. (Übergangsmatrizen) Auf dem Markt konkurrieren zu einem Referenzzeitpunkt T_0 Produkte $P_1, \ldots, P_n$ mit einem Marktanteil $p_1, \ldots, p_n$ (also $0 \leq p_i \leq 1$, $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$). Zu einem Zeitpunkt T_1 wird durch Marktforschung die Matrix der Käuferfluktuation $W = (w_{ij}) \in M(n)$ bestimmt. Dabei ist w_{ij} der Anteil der Käufer des Produkts P_i zum Zeitpunkt T_0, die inzwischen zum Produkt P_j gewechselt sind. (Es gilt also $0 \leq w_{ij} \leq 1, \sum_{j=1}^{n} w_{ij} = 1$). Es sei $p'_j = \sum_{i=1}^{n} p_i w_{ij}$, also $(p'_1, \ldots, p'_n) = (p_1, \ldots, p_n)W$.

   (a) Begründen Sie, dass p'_i der Marktanteil des Produkts P_i zum Zeitpunkt T_1 ist.

   (b) Es seien $n = 3$, $(p_1, p_2, p_3) = (0,6; 0,3; 0,1)$ und

$$W = \begin{pmatrix} 0,5 & 0,2 & 0,3 \\ 0,1 & 0,8 & 0,1 \\ 0 & 0,1 & 0,9 \end{pmatrix}.$$

   Berechnen Sie (p'_1, p'_2, p'_3).

4. Es seien $f, g : (a, \infty) \to \mathbb{R}$ differenzierbare Funktionen mit $\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} g(x)$ entweder ∞ oder 0, so besagt eine Regel von de l´Hospital:
Existiert $\lim_{x\to\infty} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ so existiert auch $\lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{g(x)}$ und stimmt mit $\lim_{x\to\infty} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ überein.
Bestimmen Sie nach dieser Regel die Grenzwerte für $x \to \infty$ der folgenden Funktionen:

   (a) $\frac{\ln x}{x}$

   (b) $\frac{(\ln x)^2}{x}$

   (c) $x \cdot e^{-x}$

   (d) $\frac{x^2-1}{x^2+1}$

   (e) $\frac{x^2+1}{(\ln x)^3}$

   (f) $\frac{\ln x}{\sqrt{x}}$.

Abgabe: Donnerstag, 20.01.2005, 9.15 Uhr (in die roten Briefkästen im Erdgeschoß des Gebäudes 25.22 in der Nähe des Geschäftszimmers).