Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine-Universität
Düsseldorf
Prof. Dr. O. Kerner

Wintersemester 2004/05
20.01.05
Blatt 13

Übungen zur Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler

1. Bringen Sie die folgenden Matrizen auf Zeilenstufenform:

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}, \quad A_3 = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}.$$

2. Es sei a eine reelle Zahl.

   (a) Für welche $a \in \mathbb{R}$ ist das inhomogene lineare Gleichungssystem

   $$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ a \end{pmatrix}$$

   lösbar ?

   (b) Bestimmen Sie für $a \in \mathbb{R}$ jeweils die Lösungsmenge L_a dieses Gleichungssystems.

3. In den 3 Sektoren eines Produktionsbetriebs werden die Güter P_1, P_2, P_3 hergestellt. Die zugehörige Input-Matrix sei

   $$\begin{pmatrix} 0,1 & 0,2 & 0,3 \\ 0 & 0,4 & 0,5 \\ 0,1 & 0 & 0,2 \end{pmatrix}.$$

   Wie viele Einheiten x_i des Produkts P_i für $i = 1, 2, 3$ müssen im jeweiligen Sektor produziert werden um eine Nachfrage von jeweils 1000 Einheiten nach dem Produkt P_j für $j = 1, 2, 3$ befriedigen zu können.

4. Es sei $m > 1$ eine natürliche Zahl und $E_m \in M(m)$ die m-reihige Einheitsmatrix. Weiterhin sei $A = (a_{ij}) \in M(m \times n)$.

   (a) Es seien $1 \leq i < j \leq m$ und P_{ij} die Matrix, die aus E_m durch Vertauschen der i-ten mit der j-ten Zeile entsteht.

      (i) Berechnen Sie $P_{ij} \cdot A$.

      (ii) Berechnen Sie P_{ij}^2.

   (b) Es seien $1 \leq i \neq j \leq m$, $t \in \mathbb{R}$ und $G_{ij}(t)$ die Matrix, die aus E_m durch Addition des t-fachen der i-ten Zeile zur j-ten Zeile entsteht.

      (i) Berechnen Sie $G_{ij}(t) \cdot A$.

      (ii) Berechnen Sie $G_{ij}(t) \cdot G_{ij}(-t)$.

Abgabe: Donnerstag, 27.01.2005, 9.15 Uhr (in die roten Briefkästen im Erdgeschoß des Gebäudes 25.22 in der Nähe des Geschäftszimmers).