

Übungen zur Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler

1. Sie zahlen zu Beginn jeden Monats eine feste Rate R auf ihr Ratenkonto ein. Das angesammelte Kapital wird monatlich mit $\frac{p}{12}\%$ verzinst, die Zinsen werden gut geschrieben.

- (a) Wie hoch ist das Kapital K_t am Ende des t -ten Monats für $t = 1, 2, 3, 4$?
(b) Wie hoch muss die monatliche Sparrate mindestens sein, damit bei monatlichen Zinsen von $\frac{3}{12}\%$ das Kapital K_{60} nach 60 Monaten mindestens 10 000 Euro beträgt (R in vollen Eurobeträgen).
Wie gross ist der Zinsanteil bei K_{60} ?

2. Begründen Sie die folgenden Behauptungen:

- (a) Für jede natürliche Zahl n gilt

$$\sum_{k=0}^n \left(\frac{1}{2}\right)^k = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^n} < 2.$$

- (b) Ist C eine positive reelle Zahl, so gibt es eine natürliche Zahl m mit $(1,0001)^m > C$.
(c) Sei x eine reelle Zahl mit $0 < x < 1$. Dann gilt: $1 > (1+x)^{10}(1-x)^{10} \geq 0,9$.
(d) Ist n eine natürliche Zahl, dann gilt $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$.

3. Ordnen Sie die folgenden reellen Zahlen der Grösse nach an:

$$\left(\frac{1}{1-2}\right)^2; \left(\frac{1}{1-3}\right)^3; \left(\frac{1}{1-4}\right)^4; \frac{1}{(0,5)^{11}}; 0,62\bar{5};$$
$$\left(1 + \left(1 + \left(1 + \frac{1}{2}\right)^{-1}\right)^{-1}\right)^{-1}; 2^{10}; (0,99^{-1} \cdot 1,01^{-1})^{10}; (10^3 + 5^2); 39 \cdot \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{10}\right).$$

4. Bestimmen Sie alle reellen Zahlen x mit

- a) $|x| - 7 < x + 3$
b) $x^3 + 2x^2 + x < 0$
c) $\frac{1}{1+x} < \frac{1}{1+x^2}$ und $x \neq -1$
d) $|x - 1| \leq \frac{1}{10}$
e) $x^3 < x$
f) $x^2 + 2x = 8$
g) $(x^2 + 4x + 4)^{-1} = 9$