Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine-Universität
Düsseldorf
Prof. Dr. O. Kerner

Wintersemester 2004/05
04.11.04
Blatt 3

Übungen zur Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler

1. Bestimmen Sie die Lösungen der folgenden Gleichungen.
   (a) $\frac{2x}{1-x} = 1 + x \quad \text{mit} \quad x \neq 1;$
   (b) $\sqrt{1+x^2} = 1 + 2x;$
   (c) $\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1} = 2\sqrt{x};$
   (d) $(\sqrt[4]{x} + \sqrt[8]{3})\,(\sqrt[4]{x} - \sqrt[8]{3})\,(\sqrt{x} + \sqrt[4]{3})\,(x + \sqrt{3}) = 22.$

2. In einem Produktionsbetrieb fallen bei der Herstellung eines Massenartikels monatliche Fixkosten K_f an. Die reinen Produktionskosten je Stück betragen P.
   (a) Welche monatlichen Gesamtkosten entstehen um n Stück des Artikels zu produzieren?
   (b) Es sei $K_f = 10.000$ Euro, $P = 1$ Euro. Der Artikel kann zu einem Stückpreis von 1,50 Euro verkauft werden.
      (i) Ab welcher monatlicher Absatzmenge ist verlustfreie Produktion möglich ?
      (ii) Wie hoch muss der Absatz sein, um einen monatlichen Gewinn von 3.000 Euro zu erwirtschaften ?

3. (a) Leiten Sie aus der Bernoullischen Ungleichung $(1+x)^n \geq 1 + nx$, falls $-1 \leq x$ und n $\in \mathbb{N}$ die 2. Bernoullische Ungleichung $(1+x)^{\frac{1}{n}} \leq 1 + \frac{x}{n}$ für $-1 \leq x$ und $n \in \mathbb{N}$ her.
   (b) Begründen Sie, warum folgende Aussagen richtig sind:
   Ist $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine konvergente Folge mit Grenzwert a und r eine reelle Zahl, dann sind die Folgen $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $b_n = r + a_n$ bzw. $(c_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $c_n = ra_n$ konvergent mit Grenzwert $a + r$ bzw. $r \cdot a$.

4. (a) Sie zahlen jährlich 1.000 Euro auf ein Konto ein. Unmittelbar nach der dritten Einzahlung beträgt ihr Kontostand 4.000 Euro. Wie hoch war die durchschnittliche jährliche Rendite ?
   (b) Auf einem Konto haben Sie einen Betrag K_0 eingezahlt. Die Zinsen $p\%$ werden jährlich berechnet und gutgeschrieben. Wie hoch müssen die durchschnittlichen jährlichen Zinsen sein, damit sich das Kapital in 20 Jahren verdoppelt ?

Abgabe: Donnerstag, 11.11.2004, 9.15 Uhr (in die roten Briefkästen im Erdgeschoß des Gebäudes 25.22 in der Nähe des Geschäftszimmers).