Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine-Universität
Düsseldorf
Prof. Dr. O. Kerner

Wintersemester 2004/05
02.12.04
Blatt 7

Übungen zur Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler

1. Im einfachsten Modell werden die Produktionskosten durch die Kostenfunktion $K_1 : \mathbb{R}_{>0} \to \mathbb{R}$, $K_1(x) = K_F + Px$ (K_F Fixkosten, x Anzahl der produzierten Einheiten) beschrieben. In einem realistischeren Modell lautet die Kostenfunktion $K_2 : \mathbb{R}_{>0} \to \mathbb{R}$, $K_2(x) = K_F + px^\lambda$ mit $\lambda > 1$. Die durchschnittlichen Herstellungskosten pro Einheit sind in diesen beiden Modellen $k_1(x) = \frac{K_1(x)}{x}$ bzw. $\mathrm{k}_2(x) = \frac{K_2(x)}{x}$.

   Berechnen Sie die Grenzwerte $\lim_{x\to\infty} \mathrm{k}_1(x)$ und $\lim_{x\to\infty} \mathrm{k}_2(x)$.

2. (a) Berechnen Sie (mit dem Taschenrechner)
   $$\frac{(1+0,01)^\lambda - 1}{0,01}$$
   für die Werte
   $$\lambda = -0,5; -1; -1,1; -1,5; -2.$$

   (b) Die Abhängigkeit des Absatzes $A(x)$ eines Produkts vom Preis x (pro Einheit) wird durch die Preisabsatzfunktion $A : \mathbb{R}_{>0} \to \mathbb{R}$ beschrieben. Bei einem konkurrenzlosen Produkt ist die Cobb-Douglas Funktion $A(x) = Cx^\lambda$ mit $\lambda < 0$ ein bewährtes Modell für die Preisabsatzfunktion, λ und C sind produktabhängige Konstante.
   Die mittlere Elastizität $El(A(x))$ der Preisabsatzfunktion A gibt an um wieviele Prozentpunkte sich der Absatz verändert, wenn der Preis um ein Prozent erhöht wird; d.h.
   $$El(A(x)) = \frac{(A(x+0,01x) - A(x)) \cdot x}{A(x) \cdot 0,01x}.$$
   Zeigen Sie, dass bei der Cobb-Douglas Funktion $A(x) = Cx^\lambda$ (zumindest für die Werte aus Teil a) für λ) gilt: $El(A(x)) \approx \lambda$.

   (c) Berechnen Sie C und λ näherungsweise im folgenden konkreten Beispiel: Bei einem Preis von 2 Euro werden 1 000 000 Einheiten verkauft. Bei einer Preiserhöhung von 1% hat man einen Absatzrückgang von 2% festgestellt.

3. Seien $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ Funktionen, sei $x_0 \in \mathbb{R}$ mit $f(x_0) = g(x_0) = 0$. Zeigen Sie: Sind f und g stetig in x_0, so ist auch $f \cdot g$ stetig in x_0.

Abgabe: Donnerstag, 09.12.2004, 9.15 Uhr (in die roten Briefkästen im Erdgeschoß des Gebäudes 25.22 in der Nähe des Geschäftszimmers).