Mathematisches Institut
der Universität Düsseldorf
Prof. Dr. H. Ratschek

Übungen zu
Mathematische Optimierung I

35. (1P) Sei M_k eine symmetrische positiv definite Approximation von $H_f^{-1}(x_k)$, und sei C^{BFGS} bzw. C^{DFP} die Korrekturmatrix C_k für das BFGS- bzw. DFP-Verfahren.
Zeigen Sie die Beziehung
$$C^{BFGS} = C^{DFP} + \tau \frac{vv^T}{h^T \eta}$$
wenn $v = h - \frac{1}{\tau} M_k \eta$ bezeichnet

36. Sei $\delta(\nu)$ die Levenberg-Marquardt Trajektorie zum linearen System $(H_k + \nu E)\delta = -g_k,\ H_k + \nu E$ positiv definit, symmetrisch. Zeigen Sie:
    (a) (2P) $\| \delta(\nu) \|_2$ ist streng monoton fallend für $\nu > -\lambda_1$, wenn λ_1 der kleinste Eigenwert von H_k ist,
    (b) (1P) $\delta(\nu) \to 0$, wenn $\nu \to \infty$.
    (c) (1P) Bestimmen Sie das kleinste Intervall (a, ∞), in dem $\delta(\nu)$ erklärt ist und für das $\lim\limits_{\nu \to a^+} \| \delta(\nu) \|_2 = \infty$.

    (Hinweis: Stellen Sie $\delta(\nu)$ explizit in einem Orthonormalsystem von Eigenvektoren von H_k dar.)

37. (1P) Wendet man das Trust Region Verfahren auf eine quadratische Form F mit H_F positiv definit an, erreicht man die globale Minimalstelle in endlich vielen Iterationen.

38. (1P) Ist δ_k durch die "rechte Seite" des Satzes 15 in Kapitel II der Vorlesung aus einem $\nu \geq 0$ mit positiv definiter Matrix $H_k + \nu E$ entstanden, dann ist δ_k die einzige globale Lösung der "linken Seite" des Satzes.

Abgabe: Mo., 16.01.2006, 14.00 Uhr

Programmieraufgabe 4 (2 PAP): (ausgegeben am 23.12.2005)

Trust Region Verfahren angewendet auf Zielfunktion
$$f(x_1, x_2) = 16x_1^4 - 32x_1^2 x_2 - 607x_1^2 + 32x_2^2 + 8x_1 x_2 + 1152x_2 + 136x_1.$$
Starten Sie mit Ihrem persönlichen Startvektor aus Programmieraufgabe 1 und dem Radius $h_0 = 5$ für die erste Vertrauenszone. Entnehmen Sie die abzuliefernden Ergebnisse der Programmieraufgabe 1. Geben Sie zusätzlich bekannt, für wieviele Iterationen des Verfahrens der Parameter ν aus Kap. II, Satz 15 der Vorlesung gleich 0 war.

Abgabe: Mo., 06.02.2006, 14.00 Uhr