Mathematisches Institut
der Universität Düsseldorf
Prof. Dr. H. Ratschek

WS 2005/06
16.01.2006
Blatt 11

Übungen zu Mathematische Optimierung I

39. (1P) Ist H_k im Trust Region Verfahren zwar positiv definit, doch $\| H_k^{-1} g_k \|_2 > h_k > 0$ (so daß mit $\nu = 0$ keine Lösung zu erzielen ist), so gilt für das ν, das die rechte Seite von Vorlesung, Kap. II, Satz 15, erfüllt, die Beziehung

$$0 < \nu < -b + \|g_k\|/h_k.$$

Hierbei ist b eine untere Schranke des kleinsten Eigenwertes von H_k.

(Moral der Aussage: Bei numerischer Rechnung braucht unter den gegebenen Voraussetzungen nur im angegebenen Bereich nach dem geeigneten ν gesucht zu werden.)

40. (2P) Um bei Quasi-Newton Verfahren vom Typ $x_{k+1} := x_k + \alpha_k s_k$ mit $s_k = -M_k g_k$ und $s_k^T g_k < 0$ (solange $g_k \neq o$), wobei M_k symmetrische pos. semidef. Matrizen sind, die Winkelbedingung (zur Vermeidung des asymptotischen Orthogonalitätseffekts) zu erzwingen, reicht es hin, die Folge ρ_k/μ_k beschränkt zu halten. Hierbei ist ρ_k der betragsgrößte und μ_k der kleinste Eigenwert von M_k.

41. (2P) Sei $u(\lambda) = \lambda^2/2 - \lambda e^{-\lambda},\ \lambda \geq 0$ eine bei der Behandlung des eindimensionalen Unterproblems auftretende Funktion. Zeigen Sie, daß es Zahlen $\alpha, \beta \in (0,1)$ gibt, hinsichtlich welcher sowohl die α-Bedingung für u erfüllbar ist, als auch die β-Bedingung, daß aber nicht beide gleichzeitig erfüllt werden können.

42. (2P) Bei Minimierungsproblemen, die nur Ungleichheitsrestriktionen $g_i(x) \leq 0,\ i = 1, \ldots, m$, aufweisen, sei

$$L_0(x) = \{d \in \mathbb{R}^n :\ d^T \nabla g_i(x) < 0 \text{ für } i \in A(x)\}$$

für einen zulässigen Punkt $x \in \mathbb{R}^n$. Zeigen Sie, daß das Problem regulär in x ist, wenn $\overline{L_0(x)} = L(x)$.

Abgabe: Mo., 23.01.2006, 14.00 Uhr