Mathematisches Institut
der Universität Düsseldorf
Prof. Dr. H. Ratschek

WS 2005/06
02.11.2005
Blatt 2

Übungen zu
Mathematische Optimierung I

5. (1P) Sei $K \subseteq \mathbb{R}^n$ konvex mit $f\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ stetig differenzierbar auf K. Man zeige, daß f streng konvex auf K genau dann ist, wenn für alle $x, y \in K$ mit $x \neq y$ gilt

$$f(y) > f(x) + (y - x)^T\ \nabla f(x).$$

6. (2P) Sei $f(x) = x_1^3 - x_1^2 x_2 + 2x_2^2,\ \ M_1 = \{x \in \mathbb{R}^2\colon x_1 > 0,\ x_2 > 0\}$ und $M_2 = \{x \in \mathbb{R}^2\colon x_1 \geq 0, x_2 \leq 0\}$. Überprüfen Sie unter Ausnutzung der Sätze der Vorlesung, ob f über M_1 bzw. M_2 relative Minimalstellen besitzt.

7. (2P) Sei $f\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ aus C^2, und $K \subseteq \mathbb{R}^n$ möge konvex sein und einen inneren Punkt enthalten. Dann ist f über K konvex genau dann, wenn H_f über K positiv semidefinit ist.

8. Eine C^1-Funktion $f\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ heißt pseudokonvex, wenn für alle $x, y \in \mathbb{R}^n$

$$f(y) \geq f(x) \quad \text{aus} \quad (y - x)^T\ \nabla f(x) \geq 0$$

folgt. Man zeige:

   (a) (1P) Jede über dem $\mathbb{R}^n$ konvexe Funktion ist pseudokonvex.

   (b) (1P) Die Umkehrung von (a) gilt nicht.

   (c) (1P) Sei f pseudokonvex und der zulässige Bereich M konvex. Ferner gelte $d^T \nabla f(x^*) \geq 0$ für alle in $x^* \in M$ zulässigen Richtungen d. Dann ist x^* globaler Minimalpunkt von f über M.

Abgabe: Mo., 07.11.2005, 14.00 Uhr