Mathematisches Institut
der Universität Düsseldorf
Prof. Dr. H. Ratschek

SS 2006
06.02.2006
Blatt 1

Übungen zu Mathematische Optimierung II

1. (2P) Zeigen Sie, daß die KKT-Bedingungen für das Problem,

$$f(x) = (x_1 + 3x_2 + 3)/(2x_1 + x_2 + 6)$$

hinsichtlich der Nebenbedingungen

$$2x_1 + x_2 \leq 12,\ -x_1 + 2x_2 \leq 4,\ x_1 \geq 0 \quad \text{und} \quad x_2 \geq 0$$

zu minimieren, auch hinreichend sind, und daß jeder Punkt der Verbindungsstrecke zwischen (0,0) und (6,0) Lösung des Problems ist.

2. (2P) Seien $Q \in \mathbb{R}^{n\times n}$ symmetrisch, $b \in \mathbb{R}^n$, $A \in \mathbb{R}^{s\times n}$ und $c \in \mathbb{R}^s$. Ein Punkt x^* ist lokale Lösung der Aufgabe $\min\limits_{Ax=c} x^TQx/2 - b^Tx$ genau dann, wenn x^* globale Lösung ist.

3. (2P) Wenn die Abbildungen $g_i, h_j\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ (affin) linear sind $(i = 1,\dots,m; j = 1,\dots,s)$,
$M = \{x \in \mathbb{R}^n\colon g_i(x) \leq 0,\ h_j(x) = 0,\ i = 1,\dots,m;\ j = 1,\dots,s\}$
und $x_0 \in M$ ist, dann ist $Z(x_0)$, d.h. die Menge der zulässigen Richtungen von x_0 bezgl. M, darstellbar als
$\{d \in \mathbb{R}^n\colon d^T\nabla g_i(x_0) \leq 0 (i \in A(x_0)),\ d^T\nabla h_j(x_0) = 0 (j = 1,\dots,s)\}$.

4. (2P) Seien g_i, $h_j\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ (affin) linear, sei
$M = \{x \in \mathbb{R}^n\colon g_i(x) \leq 0,\ h_j(x) = 0,\ i = 1,\dots,m;\ j = 1,\dots,s\}$,
sei $f\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ konvex über M und stetig differenzierbar.
Dann ist x^* eine lokale Minimalstelle von f über M genau dann, wenn x^* (in Verbindung mit geeigneten Lagrangeschen Multiplikatoren) die Bedingungen KKT 1-4 erfüllt.

Abgabe: Mo., 10.04.2006, 11.00 Uhr