

## Übungen zu Mathematische Optimierung II

17. (1P) Stellen Sie das duale Programm (D) der linearen Optimierung, vgl. Vorlesung Kap. I, § 3, in der Form des primalen Programms, (P), dar und bestimmen Sie hierzu das duale Programm. Zeigen Sie, daß dieses als primales Programm zu (D) dargestellt werden kann.

(Moral: Das duale Programm des dualen Programms ergibt das primale Programm.)

18. (3P) Zeigen Sie, daß das lineare Programm

$$\min\{c^T x + d^T y : Ax + By \geq a, Cx + Dy = b, y \geq o\}, \quad (P)$$

mit Matrizen und Vektoren passender Dimension auf die äquivalente Standardform

$$\min\{\tilde{c}^T \tilde{x} : \tilde{A} \tilde{x} = \tilde{b}, \tilde{x} \geq o\} \quad (\tilde{P})$$

mit geeignet gewählten Matrizen und Vektoren gebracht werden kann, so daß sich die Lösungen von (P) und ( $\tilde{P}$ ) ineinander überführen lassen.

19. (2P) Seien  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ ,  $b \in \mathbb{R}^m$  und  $c \in \mathbb{R}^n$ . Dann sind die beiden Aufgaben  $\max\{c^T x : Ax \leq b, x \geq o\}$  und  $\min\{u^T b : A^T u \geq c, u \geq o\}$  genau dann (endlich) lösbar, wenn es Vektoren  $x \in \mathbb{R}^n$  und  $u \in \mathbb{R}^m$  gibt, die

$$Ax \leq b, A^T u \geq c, c^T x - b^T u \geq 0, x \geq o, u \geq o \quad (+)$$

erfüllen. Zeigen Sie außerdem, daß jedes Paar von Vektoren  $x$  und  $u$ , die (+) erfüllen, Lösungen der beiden Aufgaben ergeben.

20. (2P) Zeigen Sie, dass jede der vier im Korollar zu Kap. I, Satz 11 aufgeführten Möglichkeiten eintreten kann.

**Abgabe:** Mi., 10.05.2006, 13.00 Uhr