

Seminar zur Darstellungs- und Charaktertheorie endlicher Gruppen

Blatt 4

Übung 1

Bestimmen Sie wie folgt die Charaktertafel der Gruppe S_4 .

1. Bestimmen Sie die Konjugationsklassen der Gruppe S_4 und ihre jeweiligen Mächtigkeiten.
2. Zeigen Sie, dass $V_4 = \langle (12)(34), (13)(24) \rangle$ ein Normalteiler von S_4 ist, mit $S_4/V_4 \cong D_6$.
3. Finden Sie drei irreduzible Charaktere der S_4 .
4. Zeigen Sie: Die Funktion $\chi_4: S_4 \rightarrow \mathbb{C}$, die durch $\chi_4(g) = |\text{fix}(g)| - 1$ definiert ist, liefert einen irreduziblen Charakter von S_4 . Hierbei bezeichnet $|\text{fix}(g)|$ die Anzahl der Fixpunkte von $g \in S_4$ bzgl. der Wirkung von S_4 auf der Menge $\{1, 2, 3, 4\}$.
5. Bestimmen Sie nun den Rest der Charatertafel, indem Sie die Orthogonalitätsrelationen nutzen.

Übung 2

Folgen Sie derselben Strategie wie oben, um die Charaktertafel der Gruppe A_4 zu konstruieren. (Achten Sie dabei auf die Anzahl der Konjugationsklassen!)

Übung 3

In Ihrem neuen Job als Charaktertafeltechnikerin erhalten Sie die folgende beschädigte Charaktertafel mit Konjugationsklassenrepräsentanten g_1, \dots, g_5 :

	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5
$ \{g_i^G\} $	1	3	3	7	7
χ_1	1	1	1	ω	$\bar{\omega}$
χ_2	3	ζ	$\bar{\zeta}$	0	0

wobei $\omega = \frac{-1+\sqrt{-3}}{2}$ und $\zeta = \frac{-1+\sqrt{-7}}{2}$ sind.

Die Kundin hat vergessen, um welche Gruppe es sich handelt. Finden Sie die fehlenden Zeilen der Tafel und beschreiben Sie die Gruppe (indem Sie z.B. eine Präsentation derselben angeben).