Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine-Universität
Düsseldorf
Prof. Dr. W. Singhof

WS 2003/2004
6.1.04
Blatt 10

Übungen zu Topologie I

39. Seien $n, m \in \mathbb{N}$. Berechnen Sie $\pi_1(S^n \vee S^m)$.

40. Sei $SU(2)$ die Gruppe der unitären komplexen (2×2)-Matrizen mit Determinante 1. Als Teilmenge des Raumes aller komplexen (2×2)-Matrizen, den man mit $\mathbb{C}^4$ identifizieren kann, wird $SU(2)$ zu einem topologischen Raum.
Zeigen Sie: Indem man einer Matrix ihre erste Zeile zuordnet, erhält man einen Homöomorphismus von $SU(2)$ auf S^3.

41. Für $k \in \mathbb{N}$ sei H_k die Untergruppe von $SU(2)$, die erzeugt wird von
$$\begin{pmatrix} \exp(\frac{2\pi i}{k}) & 0 \\ 0 & \exp(-\frac{2\pi i}{k}) \end{pmatrix}.$$
Die Menge $SU(2)/H_k$ werde mit der Quotiententopologie versehen.
Sei $p : SU(2) \to SU(2)/H_k$ die natürliche Projektion.
   (a) Zeigen Sie, dass p eine k-blättrige Überlagerung ist.
   (b) Bestimmen Sie die Gruppe der Decktransformationen von p.
   (c) Folgern Sie, dass $\pi_1(SU(2)/H_k)$ eine zyklische Gruppe der Ordnung k ist.

Abgabe: Mittwoch, den 14.1.04, 14.00 Uhr