Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine-Universität
Düsseldorf
Prof. Dr. W. Singhof

WS 2003/2004
28.10.03
Blatt 2

Übungen zu Topologie I

4. Seien X, Y topologische Räume und sei $f : X \to Y$ eine Abbildung.

   (a) Seien A_k $(k \in I)$ offen in X mit $X = \bigcup_{k \in I} A_k$.
   Zeigen Sie, dass f genau dann stetig ist, wenn alle $f|A_k$ stetig sind.
   (§1, Satz 5.b))

   (b) Seien $A, B \subseteq X$ mit $X = A \cup B$ und seien $f|A$ und $f|B$ stetig. Ist dann auch f stetig?

5. Sind X, Y, X', Y' Mengen und $f : X \to X'$, $g : Y \to Y'$ Abbildungen, so definiert man
$$f \times g : X \times Y \to X' \times Y'$$
durch
$$(f \times g)(x, y) := (f(x), g(y)).$$
Zeigen Sie: Sind X, Y, X', Y' topologische Räume, so ist $f \times g$ genau dann stetig, wenn f und g stetig sind.

6. Sei X der topologische Raum aus Aufgabe 3 (Blatt 1) und sei $Y = X \times X$ mit der Produkttopologie. Wie sieht die Relativtopologie auf $\{(x, y) \in Y \mid x + y = 0\}$ aus?

7. Sei n eine natürliche Zahl, $n \geq 2$. Zeigen Sie, dass $\mathbb{R}$ und $\mathbb{R}^n$ nicht homöomorph sind.

Abgabe: Mittwoch, den 5.11.03, 14.15 Uhr