Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine-Universität
Düsseldorf
Prof. Dr. W. Singhof

WS 2003/2004
11.11.03
Blatt 4

Übungen zu Topologie I

12. (a) Ein zusammenziehbarer Raum ist wegzusammenhängend.
    (b) Ist X zusammenziehbar und Y ein beliebiger topologischer Raum, so ist $X \times Y$ homotopieäquivalent zu Y.

13. (a) S^n ist homotopieäquivalent zu $\mathbb{R}^{n+1} - \{0\}$.
    (b) Der Teilraum $S^1 \cup \{(x, 0) \mid 1 \leq x \leq 2\}$ von $\mathbb{R}^2$ ist homotopieäquivalent zu S^1.

14. Sei X ein topologischer Raum und $f : S^{n-1} \to X$ eine stetige Abbildung.
    Zeige: Genau dann ist f homotop zu einer konstanten Abbildung, wenn es eine stetige Abbildung $F : D^n \to X$ gibt mit $F|S^{n-1} = f$.

15. Seien X und Y topologische Räume, $x_0 \in X$, $y_0 \in Y$.
    Zeige: Die Abbildung $(pr_{1*}, pr_{2*}) : \pi_1(X \times Y, (x_0, y_0)) \to \pi_1(X, x_0) \times \pi_1(Y, y_0)$ ist ein Isomorphismus.

16. Sei G eine topologische Gruppe, d.h. gleichzeitig ein topologischer Raum und eine Gruppe, so dass die Abbildungen

$$m : \begin{array}{l} G \times G \to G \\ (x, y) \mapsto xy \end{array} \quad \text{und} \quad \begin{array}{l} G \to G \\ x \mapsto x^{-1} \end{array}$$

    stetig sind. Sei 1 das Einselement von G.
    Zeige, dass $\pi_1(G, 1)$ abelsch ist und dass die Multiplikation in $\pi_1(G, 1)$ durch m_* gegeben ist, wenn man (nach Aufgabe 15) $\pi_1(G \times G, (1, 1))$ mit $\pi_1(G, 1) \times \pi_1(G, 1)$ identifiziert.

Abgabe: Mittwoch, den 19.11.03, 14.00 Uhr