Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine-Universität
Düsseldorf
Prof. Dr. W. Singhof

WS 2003/2004
25.11.03
Blatt 6

Übungen zu Topologie I

22. Seien X, Y topologische Räume, $x_0, x_1 \in X$. Sei $f : X \to Y$ stetig und $y_0 := f(x_0),\ y_1 := f(x_1)$. Ist w ein Weg in X von x_0 nach x_1 und $v := f \circ w$, so ist

$$f_* \circ \sigma_w = \sigma_v \circ f_* : \pi_1(X, x_0) \to \pi_1(Y, y_1).$$

23. Sei $p : \tilde{X} \to X$ eine Überlagerung, $\tilde{X}$ sei wegzusammenhängend und X sei homotopieäquivalent zum Torus $T^n := (S^1)^n$.
Seien $\tilde{x}_0, \tilde{x}_1 \in \tilde{X}$ mit $p(\tilde{x}_0) = p(\tilde{x}_1)$. Zeigen Sie, dass

$$p_*(\pi_1(\tilde{X}, \tilde{x}_0)) = p_*(\pi_1(\tilde{X}, \tilde{x}_1)).$$

24. Führen Sie den Beweis des Homotopiehochhebungssatzes mit allen Details aus.

25. Sei $p : \tilde{X} \to X$ eine Überlagerung, X sei Hausdorffsch.
    (a) Zeigen Sie, dass $\tilde{X}$ Hausdorffsch ist.
    (b) Es gebe ein $x \in X$, so dass $p^{-1}(x)$ nicht endlich ist. Dann ist $\tilde{X}$ nicht kompakt.

26. Sei X ein kompakter Hausdorff-Raum.
    (a) Folgern Sie aus Aufg. 8: Ist $U_1, \dots, U_n$ eine offene Überdeckung von X, so gibt es eine offene Überdeckung $V_1, \dots, V_n$ von X mit $\bar{V}_i \subseteq U_i\ \forall i$.
    (b) Ist $p : \tilde{X} \to X$ eine Überlagerung und ist $p^{-1}(x)$ eine endliche Menge für jedes $x \in X$, so ist $\tilde{X}$ kompakt.

Abgabe: Mittwoch, den 3.12.03, 14.00 Uhr