Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine-Universität
Düsseldorf
Prof. Dr. W. Singhof

SS 2004
09.07.2004
Blatt 11

Übungen zu Topologie II

34. (a) Sei X ein topologischer Raum wie in Aufgabe 33. Berechnen Sie die Homologie- und Kohomologiegruppen von $X \times X$ mit Koeffizienten in $\mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{Z}/2, \mathbb{Z}/3$ und $\mathbb{Z}/4$.

    (b) Seien $n, m, n', m' \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie:
    Ist $S^n \times S^m$ homotopieäquivalent zu $S^{n'} \times S^{m'}$, so ist $\{n, m\} = \{n', m'\}$.

    (c) Seien $n, m \in \mathbb{N}$ und $X := P^n(\mathbb{R}) \times P^m(\mathbb{R})$. Zeigen Sie: Es gibt Elemente $u, v \in H^1(X; \mathbb{F}_2)$, so dass

$$H^*(X; \mathbb{F}_2) = \mathbb{F}_2[u, v]/(u^{n+1}, v^{m+1}).$$

35. Führen Sie einen weiteren Schritt des Beweises des Satzes von Eilenberg-Zilber aus: Zeigen Sie, dass je zwei normierte, in X und Y natürliche Kettenhomotopien

$$Q, Q' : C(X \times Y) \to C(X) \otimes C(Y)$$

kettenhomotop sind.

36. Seien X, Y topologische Räume, R ein kommutativer Ring mit 1, und seien $\alpha \in C^p(X; R)$ und $\beta \in C^q(Y; R)$.
Zeigen Sie, dass

$$\delta(\alpha \times \beta) = (\delta\alpha) \times \beta + (-1)^p \alpha \times (\delta\beta).$$

37. Zeigen Sie die Natürlichkeit des äußeren Kohomologieprodukts und des Cup-Produkts.

Abgabe: Freitag, den 16.07.2004, 11.00 Uhr