Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine-Universität
Düsseldorf
Prof. Dr. W. Singhof

SS 2004
21.05.2004
Blatt 5

Übungen zu Topologie II

12. Ist X ein topologischer Raum, so definiert man die Einhängung ΣX von X durch $\Sigma X := (X \times I)/\sim$, wobei $\sim$ die Äquivalenzrelation ist, die erzeugt wird von $(x,1) \sim (x',1), (x,0) \sim (x',0)$ für alle $x, x' \in X$. Mit $[x,t] \in \Sigma X$ bezeichnet man die Äquivalenzklasse von $(x,t) \in X \times I$. Zeigen Sie:

    (a) Ist $f : X \longrightarrow Y$ eine stetige Abbildung, so erhält man durch $\Sigma f[x,t] := [f(x),t]$ eine stetige Abbildung $\Sigma f : \Sigma X \longrightarrow \Sigma Y$. Auf diese Weise entsteht ein Funktor Σ von der Kategorie der topologischen Räume in sich.

    (b) Für jedes $n \in \mathbb{Z}$ gibt es einen natürlichen Isomorphismus $\tilde{H}_n(\Sigma X) \xrightarrow{\cong} \tilde{H}_{n-1}(X)$.

13. Seien $n, m \in \mathbb{N}$. Berechnen Sie die Homologiegruppen von $S^n \vee S^m$.

14. Berechnen Sie die Homologiegruppen der geschlossenen Flächen M_g und N_g. Gehen Sie dabei ähnlich vor wie bei der Berechnung der Fundamentalgruppen in Topologie I.

Abgabe: Freitag, den 28.05.2004, 11.00 Uhr