Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine-Universität
Düsseldorf
PROF. DR. W. SINGHOF

SS 2004
11.06.2004
Blatt 8

Übungen zu Topologie II

22. Zeigen Sie, dass alle Homologiegruppen des reellen projektiven Raumes $P^n(\mathbb{R})$ zyklisch sind.

23. Sei X ein endlicher CW-Komplex. Für $k \geq 0$ sei m_k die Anzahl der k-Zellen von X. Zeigen Sie: Die Einhängung ΣX (vgl. Aufgabe 12) besitzt die Struktur eines endlichen CW-Komplexes, wobei die Anzahl n_k der k-Zellen gegeben ist durch

$$n_0 = 2 \text{ und } n_k = m_{k-1} \text{ für } k \geq 1.$$

24. Sei X ein CW-Komplex.

    (a) Ist e eine Zelle von X, so gibt es eine offene Umgebung U von e in X, so dass e starker Deformationsretrakt von U ist.

    (b) Ist $x \in X$, so gibt es eine offene Umgebung U von x in X, so dass $\{x\}$ starker Deformationsretrakt von U ist.
    (Sie dürfen ohne Beweis das folgende Resultat benutzen:
    Ist A ein CW-Unterkomplex des CW-Kompexes X, so gibt es eine offene Umgebung V von A in X und eine stetige Abbildung $F : V \times I \to V$ mit folgenden Eigenschaften:

    (1) $F(x, 0) = x \quad \forall x \in V$,
    (2) $F(x, 1) \in A \quad \forall x \in V$,
    (3) $F(a, t) = a \quad \forall (a, t) \in A \times I$,
    (4) $r(F(x, t)) = r(x) \quad \forall (x, t) \in V \times I$, wobei $r : V \to A$ durch $r(x) := F(x, 1)$ definiert ist.)

25. Zeigen Sie, dass die Fläche M_g ein CW-Komplex ist mit einer 0-Zelle, $2g$ 1-Zellen und einer 2-Zelle.

Abgabe: Freitag, den 18.06.2004, 11.00 Uhr