Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine-Universität
Düsseldorf
Prof. Dr. W. Singhof

WS 2011/2012
23. Dezember 2011
Blatt 11

Übungen zu Einführung in die Topologie

43. (12 Punkte) Welche der folgenden Teilräume von $\mathbb{R}$ sind homöomorph zueinander?
$]0,1[\,,\ [0,1]\ ,\ [0,1\,[\,,\ [0,\infty\,[\,,\ ]-\infty,0\,[\,,\mathbb{R}$.
Geben Sie Begründungen !

44. (16 Punkte) Welche der folgenden Teilräume von $\mathbb{R}^2$ sind homöomorph bzw. homotopieäquivalent zueinander?
$A_1 := \{(x,y)\,|\,x^2+y^2<1\}\,,$
$A_2 := \{(x,y)\,|\,x^2+y^2\leq 1\}\,,$
$A_3 := \{(x,y)\,|\,x>0\}\,,$
$A_4 := \{(x,y)\,|\,x\geq 0\}\,,$
$A_5 := \mathbb{R}^2\setminus\{(0,0)\}\,,$
$A_6 := A_1\setminus\left\{(\frac{1}{2},0)\right\}\,,$
$A_7 := \mathbb{R}^2\setminus\{(0,0),(1,0)\}\,.$
Geben Sie Begründungen!

45. (12 Punkte) Noch einmal das Möbiusband:
Sei $X := [0,1]\times[-1,1]$ und $Y := [0,1]\times]-1,1[$. Auf X und Y betrachten wir die Äquivalenzrelation $\sim$, die von $(0,t)\sim(1,-t)$ erzeugt wird. Sei $N := X/\sim$ und $M := Y/\sim$. Zeigen Sie:

   (a) N und M sind Hausdorffräume.
   (b) Ist $\approx$ die Äquivalenzrelation auf $X\times I$, die von $(0,t,s)\approx(1,-t,s)$ erzeugt wird, so ist $(X\times I)/\approx$ homöomorph zu $N\times I$.
   (c) M ist homotopieäquivalent zu S^1.
   (d) Ist $p: Y\to M$ die natürliche Projektion und $S := p\,([0,1]\times\{0\})$, so ist $M\setminus S$ homöomorph zum Zylinder $S^1\times\mathbb{R}$.

Abgabe: Freitag, den 13. Januar 2012, 10:30 Uhr