Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine-Universität
Düsseldorf
Prof. Dr. W. Singhof

WS 2011/2012
9. Dezember 2011
Blatt 9

Übungen zu Einführung in die Topologie

35. (10 Punkte)

    (a) Seien X, Y topologische Räume und sei $f : X \to Y$ eine stetige, surjektive Abbildung. Zeigen Sie: Ist X zusammenhängend, so auch Y.

    (b) Sei $p : \widetilde{X} \to X$ eine Überlagerung und sei U eine zulässige Umgebung in X. Dann ist also $p^{-1}(U)$ die disjunkte Vereinigung offener Teilmengen $\widetilde{U}_\lambda$ von $\widetilde{X}, \lambda \in \Lambda$, so dass $p \,|\, \widetilde{U}_\lambda$ ein Homöomorphismus von $\widetilde{U}_\lambda$ auf U für jedes λ ist. Zeigen Sie: Ist A eine zusammenhängende Teilmenge von $p^{-1}(U)$, so gibt es ein λ mit $A \subseteq \widetilde{U}_\lambda$.

36. (10 Punkte) Sei $k \in \mathbb{Z}, k \neq 0$, und sei $p : S^1 \to S^1$definiert durch $p(z) := z^k$. Zeigen Sie, dass p eine Überlagerung ist.

37. (10 Punkte)

    (a) Zeigen Sie, dass eine Überlagerung eine offene Abbildung ist.

    (b) Finden Sie eine Überlagerung $p : \tilde{X} \to X$ und eine abgeschlossene Teilmenge $\tilde{A}$ von $\tilde{X}$, so dass $p(\tilde{A})$ nicht abgeschlossen in X ist.

38. (10 Punkte) Sei $p : \tilde{X} \to X$ eine Überlagerung, X sei Hausdorffsch.

    (a) Zeigen Sie, dass $\tilde{X}$ Hausdorffsch ist.

    (b) Es gebe ein $x \in X$, so dass $p^{-1}(x)$ nicht endlich ist. Dann ist $\tilde{X}$ nicht kompakt.

Abgabe: Freitag, den 16. Dezember 2011, 10:30 Uhr