Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine-Universität
Düsseldorf
Prof. Dr. W. Singhof

WS 2007/2008
09.11.07
Blatt 4

Übungen zu Topologie I

1. Ist X ein topologischer Raum und A ein Teilraum von X, so definiert man eine Äquivalenzrelation $\sim$ auf X durch

$$x \sim y :\Leftrightarrow \; x = y \text{ oder } (x \in A \text{ und } y \in A).$$

Man schreibt auch X/A statt $X/\sim$.

   (a) Ist $D^n := \{(x_1, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n \mid \sum_{i=1}^n x_i^2 \leq 1\}$, so ist D^n/S^{n-1} homöomorph zu S^n.

   (b) $\mathbb{R}^n/D^n$ ist homöomorph zu $\mathbb{R}^n$.

2. (a) Ein zusammenziehbarer Raum ist wegzusammenhängend.

   (b) Ist X zusammenziehbar und Y ein beliebiger topologischer Raum, so ist $X \times Y$ homotopieäquivalent zu Y.

3. (a) S^n ist homotopieäquivalent zu $\mathbb{R}^{n+1} - \{0\}$.

   (b) Der Teilraum $S^1 \cup \{(x, 0) \mid 1 \leq x \leq 2\}$ von $\mathbb{R}^2$ ist homotopieäquivalent zu S^1.

4. Sei X ein topologischer Raum und $f : S^{n-1} \to X$ eine stetige Abbildung.
Zeigen Sie: Genau dann ist f homotop zu einer konstanten Abbildung, wenn es eine stetige Abbildung $F : D^n \to X$ gibt mit $F|S^{n-1} = f$.

Abgabe: Freitag, den 16.11.2007, 9.15 Uhr