Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine-Universität
Düsseldorf
Prof. Dr. W. Singhof

WS 2007/2008
23.11.07
Blatt 6

Übungen zu Topologie I

1. Sei K ein Körper. Führen Sie im Detail aus, dass die Bildung des Dualraums ein kontravarianter Funktor von der Kategorie der K-Vektorräume in sich ist.

2. (a) Zeigen Sie, dass eine Überlagerung eine offene Abbildung ist.
   (b) Finden Sie eine Überlagerung $p : \tilde{X} \to X$ und eine abgeschlossene Teilmenge $\tilde{A}$ von $\tilde{X}$, so dass $p(\tilde{A})$ nicht abgeschlossen in X ist.

3. Sei $p : \tilde{X} \to X$ eine Überlagerung, X sei Hausdorffsch.
   (a) Zeigen Sie, dass $\tilde{X}$ Hausdorffsch ist.
   (b) Es gebe ein $x \in X$, so dass $p^{-1}(x)$ nicht endlich ist. Dann ist $\tilde{X}$ nicht kompakt.

4. Sei X ein kompakter Hausdorff-Raum.
   (a) Folgern Sie aus Aufg. 4 von Blatt 3: Ist $U_1, \ldots, U_n$ eine offene Überdeckung von X, so gibt es eine offene Überdeckung $V_1, \ldots, V_n$ von X mit $\bar{V}_i \subseteq U_i \; \forall i$.
   (b) Ist $p : \tilde{X} \to X$ eine Überlagerung und ist $p^{-1}(x)$ eine endliche Menge für jedes $x \in X$, so ist $\tilde{X}$ kompakt.

Abgabe: Freitag, den 30.11.2007, 9.15 Uhr