Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine-Universität
Düsseldorf
Prof. Dr. W. Singhof

SS 2008
15.04.2008
Blatt 1

Übungen zu Topologie II

1. Seien X und Y topologische Raume und $f : X \longrightarrow Y$ eine stetige Abbildung. Zeigen Sie, dass $f_\sharp : C(X) \longrightarrow C(Y)$ eine Kettenabbildung ist.

2. (a) Berechnen Sie die Homologiegruppen eines topologischen Raumes, der die diskrete Topologie trägt und genau n Punkte enthält.

   (b) Sei X ein topologischer Raum mit genau n Wegkomponenten. Zeigen Sie, dass $H_0(X) \cong \mathbb{Z}^n$.

3. Seien C, D Kettenkomplexe und sei M die Menge der Kettenabbildungen von C nach D. Zeigen Sie: Durch "f ist kettenhomotop zu g" erhält man eine Äquivalenzrelation auf M.

4. Seien C, D, E Kettenkomplexe. Seien $f, g : C \longrightarrow D$ kettenhomotope Kettenabbildungen und ebenso $h, k : D \longrightarrow E$. Dann sind $h \circ f$ und $k \circ g$ kettenhomotop.

5. Wir betrachten die beiden Kettenkomplexe $C = (C_n, \partial_n)$ und $D = (D_n, \partial\,'_n)$, die gegeben sind durch
$$C_n = \begin{cases} \mathbb{Z}, & \text{falls } n = 0, 1, \\ 0 & \text{sonst }, \end{cases}$$
$$\partial_1(z) = 2z \text{ für } z \in C_1,$$
$$D_n = \begin{cases} \mathbb{Z}, & \text{falls } n = 1, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$
Finden Sie zwei Kettenabbildungen $\varphi, \psi : C \longrightarrow D$, die nicht kettenhomotop sind, so dass aber $\varphi_* = \psi_* : H_n(C) \longrightarrow H_n(D)$ für alle $n \in \mathbb{Z}$.

Abgabe: Dienstag, den 22.04.2008, in der Vorlesung