Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine-Universität
Düsseldorf
Prof. Dr. W. Singhof

SS 2008
24.06.2008
Blatt 10

Übungen zu Topologie II

36. Sei $0 \to A_1 \to A_2 \to \ldots \to A_n \to 0$ eine exakte Sequenz endlich erzeugter abelscher Gruppen. Zeigen Sie:

    (a) $\sum_i \text{Rang}\,(A_{2i}) = \sum_i \text{Rang}\,(A_{2i+1})$

    (b) Ist jede der Gruppen A_i endlich mit der Ordnung $|A_i|$, so ist

    $$\prod_i |A_{2i}| = \prod_i |A_{2i+1}|$$

37. Zeigen Sie an einem ganz einfachen Beispiel, dass für zwei topologische Räume X und Y die Kettenkomplexe $C(X \times Y)$ und $C(X) \otimes C(Y)$ im Allgemeinen nicht isomorph sind.

38. Seien C, C' zwei R-Kettenkomplexe. Verifizieren Sie, dass $C \otimes_R C'$ ein Kettenkomplex ist.

39. Sei n eine natürliche Zahl und sei X ein topologischer Raum mit

    $$H_i(X) \cong \begin{cases} \mathbb{Z} & \text{für } i = 0, \\ \mathbb{Z}/2 \oplus \mathbb{Z}/4 & \text{für } i = n, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

    Berechnen Sie die Homologiegruppen und die Kohomologiegruppen von X mit Koeffizienten in $\mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{Z}/2, \mathbb{Z}/3$ und $\mathbb{Z}/4$.

Abgabe: Dienstag, den 01.07.2008, in der Vorlesung