Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine-Universität
Düsseldorf
Prof. Dr. W. Singhof

SS 2008
22.04.2008
Blatt 2

Übungen zu Topologie II

6. Seien $C = (C_n, \partial_n)$ und $D = (D_n, \partial\,'_n)$ zwei Kettenkomplexe und sei $\varphi : C \longrightarrow D$ eine Kettenabbildung. Wir definieren abelsche Gruppen

$$\overline{C}_n : = \ C_{n-1} \oplus D_n$$

und Homomorphismen $\overline{\partial}_n : \overline{C}_n \longrightarrow \overline{C}_{n-1}$ durch

$$\overline{\partial}_n(x, y) : = (-\partial_{n-1}(x), \varphi_{n-1}(x) + \partial\,'_n(y))$$

für $x \in C_{n-1}, y \in D_n$.

(a) Zeigen Sie, dass $\overline{C} = (\overline{C}_n, \overline{\partial}_n)$ ein Kettenkomplex ist.

(b) Man nennt eine Kettenabbildung $\varphi : C \longrightarrow D$ eine Kettenhomotopieäquivalenz, wenn es eine Kettenabbildung $\psi : D \longrightarrow C$ gibt, so dass $\psi \circ \varphi$ kettenhomotop zu id_C und $\varphi \circ \psi$ kettenhomotop zu id_D ist. Man nennt einen Kettenkomplex C kettenzusammenziehbar, wenn id_C kettenhomotop zu 0 ist. Zeigen Sie: Genau dann ist φ eine Kettenhomotopieäquivalenz, wenn $\overline{C}$ kettenzusammenziehbar ist.

7. Verifizieren Sie die beiden in der Vorlesung angegebenen Beispiele für natürliche Transformationen zwischen zwei Funktoren.

8. Vervollständigen Sie den Beweis von Lemma 1 von § 2 der Vorlesung.

Abgabe: Dienstag, den 29.04.2008, in der Vorlesung