Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine-Universität
Düsseldorf
Prof. Dr. W. Singhof

SS 2008
29.04.2008
Blatt 3

Übungen zu Topologie II

9. Gegeben Sei eine kurze exakte Sequenz abelscher Gruppen

$$0 \to A \to B \to C \to 0$$

   (a) Sind A und C endliche Gruppen, so ist B eine endliche Gruppe. Welche Ordnung hat B?
   (b) Sind A und C torsionsfrei, so ist auch B torsionsfrei. (Eine abelsche Gruppe A heißt torsionsfrei, wenn gilt: Ist $a \in A$ und $n \in \mathbb{Z}$ mit $n \cdot a = 0$, so ist $n = 0$ oder $a = 0$.)
   (c) Sei $A \cong C \cong \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$. Was kann man über B sagen?
   (d) Sei $A \cong \mathbb{Z}$ und $C \cong \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$. Was kann man über B sagen?
   (e) Sei $A \cong \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$ und $C \cong \mathbb{Z}$. Was kann man über B sagen?
   (f) Sei $A \cong \mathbb{Z}/3\mathbb{Z}$ und $C \cong \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$. Was kann man über B sagen?

10. Im Beweis von Lemma 2 von §2 haben wir für jeden konvexen Teilraum X von $\mathbb{R}^m$ und jedes singuläre n-Simplex φ von X ein singuläres $(n+1)$-Simplex $T_n\varphi$ von X definiert. Zeigen Sie:

   (a) $T_n\varphi$ ist tatsächlich stetig.
   (b) $d_0(T_n\varphi) = \varphi$
   (c) Für $n \geq 1$ und $1 \leq i \leq n+1$ ist

$$T_{n-1}(d_{i-1}\varphi) = d_i(T_n\varphi)$$

   (d) $\partial_{n+1}(T_n\varphi) = \varphi - T_{n-1}(\partial_n\varphi)$.

11. Vervollständigen Sie den Beweis von Satz 1 von §3 (lange exakte Homologiesequenz einer kurzen exakten Sequenz von Kettenkomplexen).

Abgabe: Dienstag, den 06.05.2008, in der Vorlesung