

Übungen zu Topologie II

12. Ist X ein topologischer Raum, so definiert man die Einhängung ΣX von X durch $\Sigma X := (X \times I) / \sim$, wobei \sim die Äquivalenzrelation ist, die erzeugt wird von $(x, 1) \sim (x', 1)$, $(x, 0) \sim (x', 0)$ für alle $x, x' \in X$. Mit $[x, t] \in \Sigma X$ bezeichnet man die Äquivalenzklasse von $(x, t) \in X \times I$. Zeigen Sie:
- (a) Ist $f : X \rightarrow Y$ eine stetige Abbildung, so erhält man durch $\Sigma f[x, t] := [f(x), t]$ eine stetige Abbildung $\Sigma f : \Sigma X \rightarrow \Sigma Y$. Auf diese Weise entsteht ein Funktor Σ von der Kategorie der topologischen Räume in sich.
 - (b) Für jedes $n \in \mathbb{Z}$ gibt es einen natürlichen Isomorphismus $\tilde{H}_n(\Sigma X) \xrightarrow{\cong} \tilde{H}_{n-1}(X)$.
13. Seien $n, m \in \mathbb{N}$. Berechnen Sie die Homologiegruppen von $S^n \vee S^m$.
14. Berechnen Sie die Homologiegruppen der geschlossenen Flächen M_g und N_g . Gehen Sie dabei ähnlich vor wie bei der Berechnung der Fundamentalgruppen in Topologie I.

Abgabe: Dienstag, den 13.05.2008, in der Vorlesung