Mathematisches Institut
der Heinrich-Heine-Universität
Düsseldorf
Prof. Dr. W. Singhof

WS 2008/2009
17.10.2008
Blatt 1

# Übungen zu Topologie III

1. Sei

2. (a) Berechnen Sie die Homologiegruppen eines topologischen Raumes, der die diskrete Topologie trägt und genau $n$ Punkte enthält.

   (b) Sei $X$ ein topologischer Raum mit genau $n$ Wegkomponenten. Zeigen Sie, dass $H_0(X) \cong \mathbb{Z}^n$.

3. Seien $C, D$ Kettenkomplexe und sei $M$ die Menge der Kettenabbildungen von $C$ nach $D$. Zeigen Sie: Durch "$f$ ist kettenhomotop zu $g$" erhält man eine Äquivalenzrelation auf $M$.

4. Seien $C, D, E$ Kettenkomplexe. Seien $f, g : C \longrightarrow D$ kettenhomotope Kettenabbildungen und ebenso $h, k : D \longrightarrow E$. Dann sind $h \circ f$ und $k \circ g$ kettenhomotop.

5. Wir betrachten die beiden Kettenkomplexe $C = (C_n, \partial_n)$ und $D = (D_n, \partial'_n)$, die gegeben sind durch

$$C_n = \begin{cases} \mathbb{Z}, & \text{falls } n = 0, 1, \\ 0 & \text{sonst ,} \end{cases}$$

$$\partial_1(z) = 2z \text{ für } z \in C_1,$$

$$D_n = \begin{cases} \mathbb{Z}, & \text{falls } n = 1, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Finden Sie zwei Kettenabbildungen $\varphi, \psi : C \longrightarrow D$, die nicht kettenhomotop sind, so dass aber $\varphi_* = \psi_* : H_n(C) \longrightarrow H_n(D)$ für alle $n \in \mathbb{Z}$.

**Abgabe:** Dienstag, den 21.10.2008, in der Vorlesung