Nachtrag zu den Übungen

Aufgabe (*Eigenwerte und Eigenvektoren*)**:** Berechnen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Lösung:

Wir bestimmen die Nullstellen des charakteristischen Polynoms

$$P_\lambda(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}) = \det(\begin{pmatrix} 1-\lambda & 0 \\ 0 & 2-\lambda \end{pmatrix}) = (1-\lambda)(2-\lambda).$$

Die Nullstellen und damit die Eigenwerte sind 1 und 2.

Berechne die Eigenvektoren zum Eigenwert 1. Wir suchen eine Lösung $x, y \in \mathbb{R}$ für die Gleichung:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Es gilt $x = x$ und $2y = y$. Damit ist $y = 0$ und x frei wählbar. Und für alle $x \in \mathbb{R}$ ist $\begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix}$ ein Eigenvektor zum Eigenwert 1.

Genauso berechnen wir, dass für $y \in \mathbb{R}$ der Vektor $\begin{pmatrix} 0 \\ y \end{pmatrix}$ ein Eigenvektor zum Eigenwert 2 ist.

Dieser Nachtrag dient dazu eine beispielhafte, vollständige Lösung einer Eigenvektoraufgabe vorzustellen. Die Lösung soll als musterhafte Lösung für ähnliche Aufgaben fungieren. Die gegebene Form ist hinreichend, aber bei Weitem nicht notwendig.