

ÜBUNGEN ZU MATHEMATIK FÜR WIRTSCHAFTSWISSENSCHAFTLER I

Aufgabe 33 (*Lineare Gleichungssysteme mit Parametern*):

Finden Sie alle Lösungen $x, y, z \in \mathbb{R}$, für gegebene $a, b, c \in \mathbb{R}$:

$$\mathbf{a})(3P.) \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \quad \mathbf{b})(3P.) \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -6 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{c})(4P.) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$$

Aufgabe 34 (*Determinanten und inverse Matrizen*):

Berechnen Sie die Determinante der folgenden Matrizen. Ist die Determinante nicht Null, so bestimmen Sie die inverse Matrix. Es sei $a \in \mathbb{R}$:

$$\mathbf{a})(4P.) \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \quad \mathbf{b})(3P.) \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 6 \end{pmatrix} \quad \mathbf{c})(3P.) \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 35 (*Mutiple Lösungen von linearen Gleichungssystemen*):

(10P.) Lösen Sie die Gleichungen

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = W_i,$$

für

$$W_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad W_2 = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad W_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad W_4 = \begin{pmatrix} 100 \\ -50 \end{pmatrix}.$$

Tipp: Das Invertieren von Matrizen ist eine Hilfe hierbei.

Aufgabe 35 (*Determinanten und Inverse Matrizen von Produkten*):

Gegeben die Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{pmatrix}$$

a)(5P.) Zeigen Sie, dass $\det(A \cdot B) = \det(A) \cdot \det(B)$ gilt.

b)(5P.) Zeigen Sie, dass wenn $\det(A) \neq 0$ und $\det(B) \neq 0$ gilt, dass dann

$$(A \cdot B)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1}$$

gilt.